

アルゴリズムとデータ構造

http://cobayasi.com/koza/kihon/6_algorithm&data.pdf

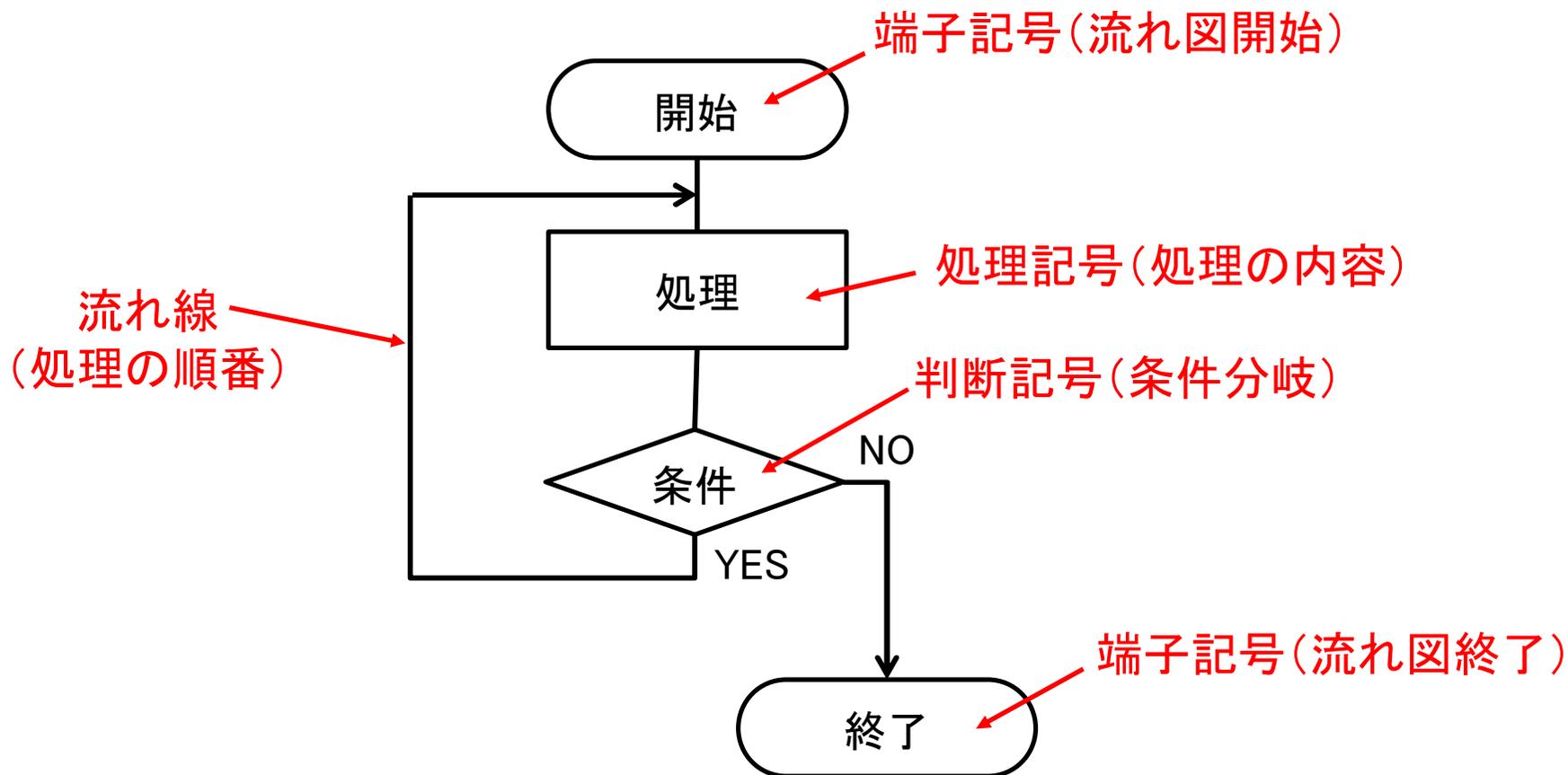
1. アルゴリズム ★
2. 配列 ★
3. キューとスタック ★★★
4. リスト構造 ★★
5. 木構造 ★★
6. 探索アルゴリズム ★★★★★
7. 整列アルゴリズム ★
8. 再帰アルゴリズム ★★★★★

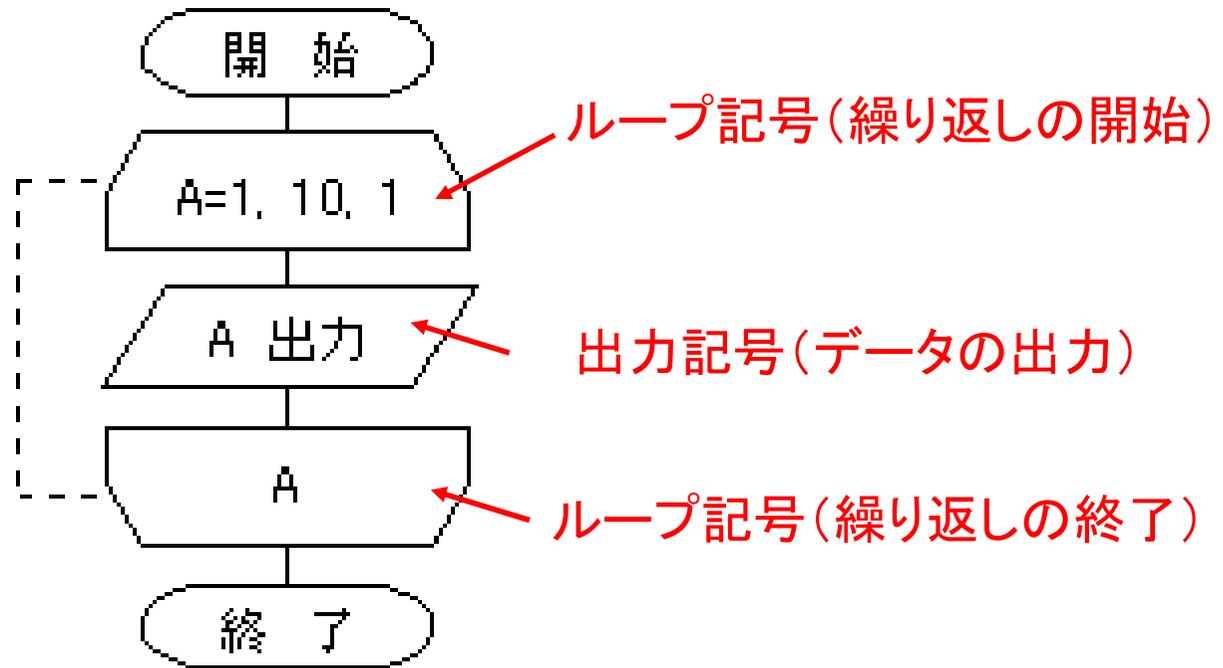
★1. アルゴリズム

プログラムの処理手順

●流れ図(フローチャート)

プログラムの処理手順(アルゴリズム)を図式化したもの





変数Aに初期値=1を与え、1ずつ増加しながら、10回処理(Aを出力)繰り返す

・ 流れ図の処理パターン

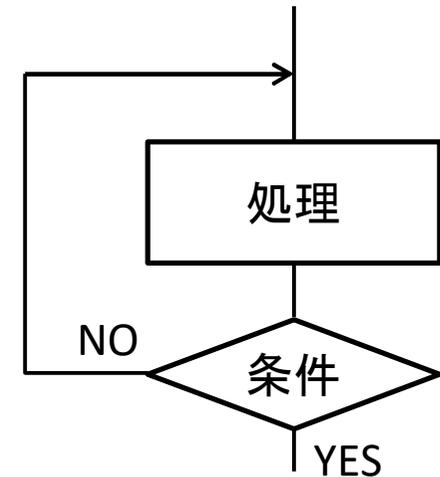
■ 順次

上から順番に処理を実行



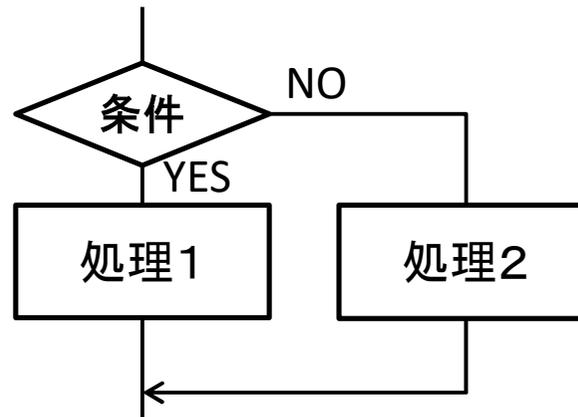
■ 繰り返し

条件が満足するまで処理を実行



■ 選択

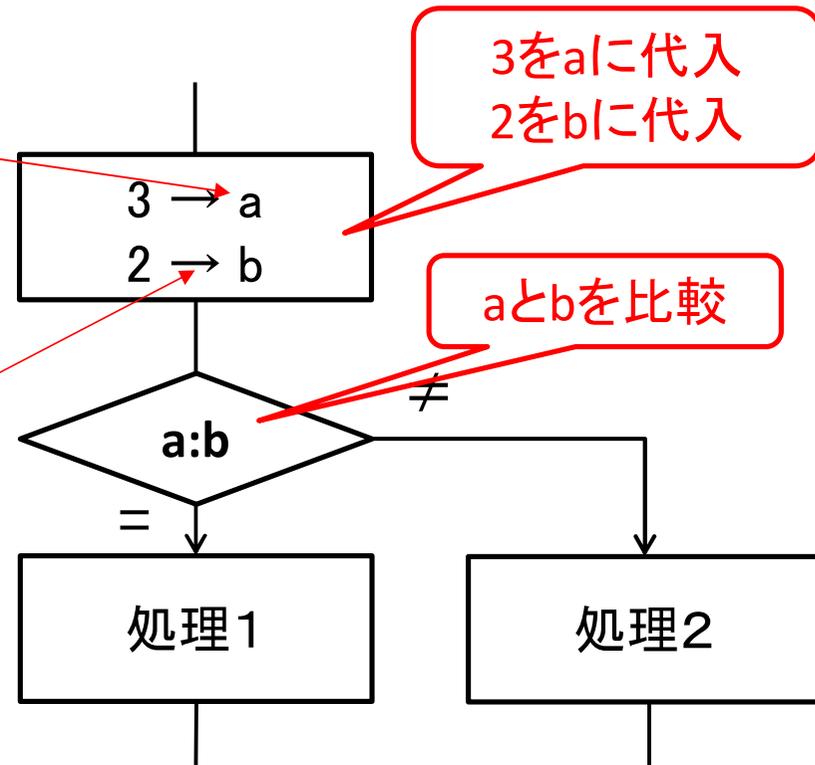
条件によって異なる処理を実行



● 変数と代入

- **変数**とは、プログラムで扱う文字や数値(いわゆるデータ)を記憶する入れもの
- 変数に名前を付けると、プログラムの中で、複数のデータを扱いやすくなる
- 変数にデータを入れることを、**代入**と呼ぶ

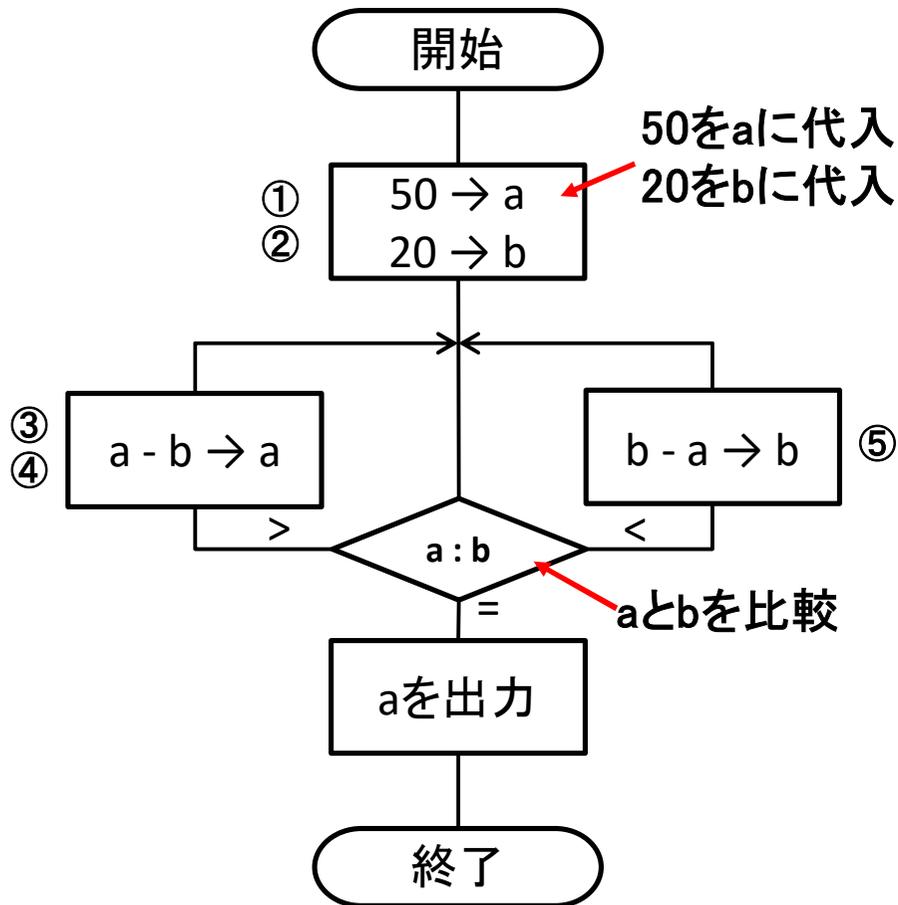
<変数を使った流れ図>



● トレース

流れ図に書かれている処理内容が正しいかを確認すること。確認結果をまとめた表 ⇒ トレース表

<流れ図>



<トレース表>

手順	変数a	変数b	
①	50		
②	50	20	50 - 20をaに代入
③	30	20	30 - 20をaに代入
④	10	20	20 - 10をbに代入
⑤	10	10	

● 擬似言語

実際のプログラミングには、使用しない

流れ図と同じ役割をする、アルゴリズムを文書や記号などを使って表す言語(流れ図の別記法)

記述型式	説明
○	手続き、変数、型などを宣言する
・変数←式	変数に式の値を代入する
$\begin{array}{c} \uparrow \cdot \text{処理1} \\ \hline \downarrow \cdot \text{処理2} \end{array}$	処理の選択。条件式を満足するときには処理1を、満足しないときには処理2を実行
$\begin{array}{c} \blacksquare \text{条件式} \\ \\ \text{処理} \\ \\ \blacksquare \end{array}$	前判定繰り返し処理。条件を満足する間は処理を続ける。条件は処理よりも先に来る
$\begin{array}{c} \blacksquare \\ \\ \text{処理} \\ \\ \blacksquare \text{条件式} \end{array}$	後判定繰り返し処理。条件を満足する間は処理を続ける。条件は処理の後に来る

擬似言語の使用例

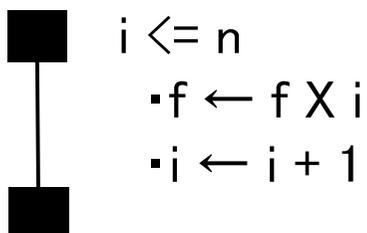
nの階乗を求める

○整数型 : Factorial(整数型:n)

○整数型 : f, i

•f ← 1

•i ← 2



•return f

コメント

変数型宣言(関数Factorial、整数型引数n)
(変数fとi)

変数に値を代入(変数fに値1を代入)
(変数fに値2を代入)

条件式(条件 $i \leq n$ が満足している間は処理を繰り返す)

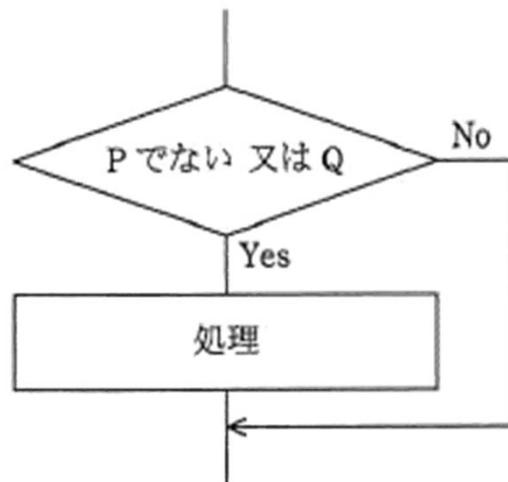
処理内容(乗算)

処理内容(カウンタiをインクリメント)

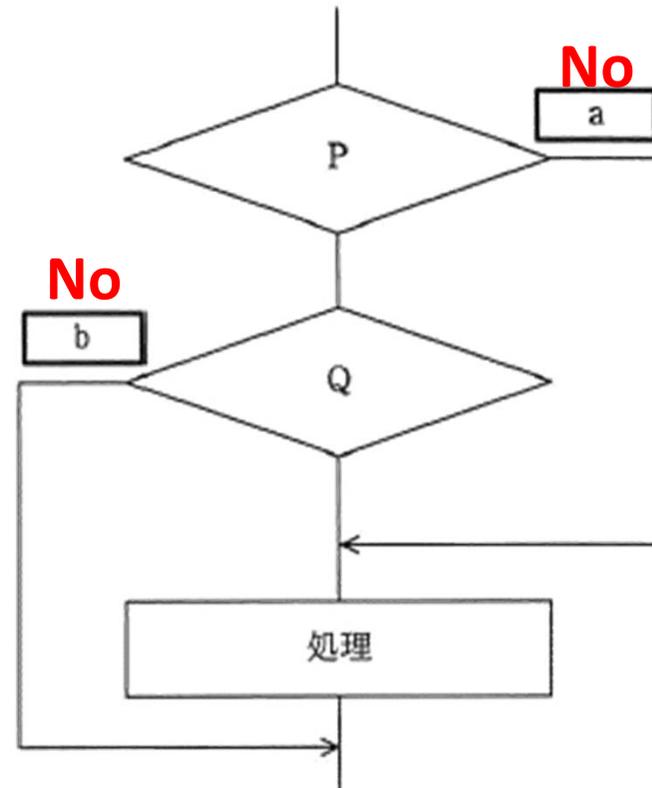
戻り値(変数fの値を戻す)

【過去問題】

「右の流れ図」が「左の流れ図」と同じ動作をするために、aとbに入るYesとNoの組合せはどれか。



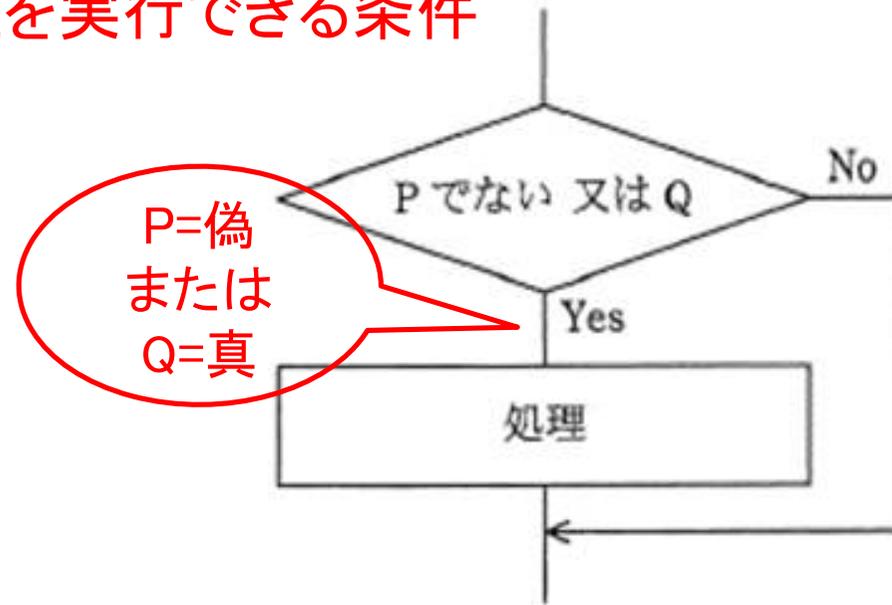
	a	b
ア	No	No
イ	No	Yes
ウ	Yes	No
エ	Yes	Yes



【解説】

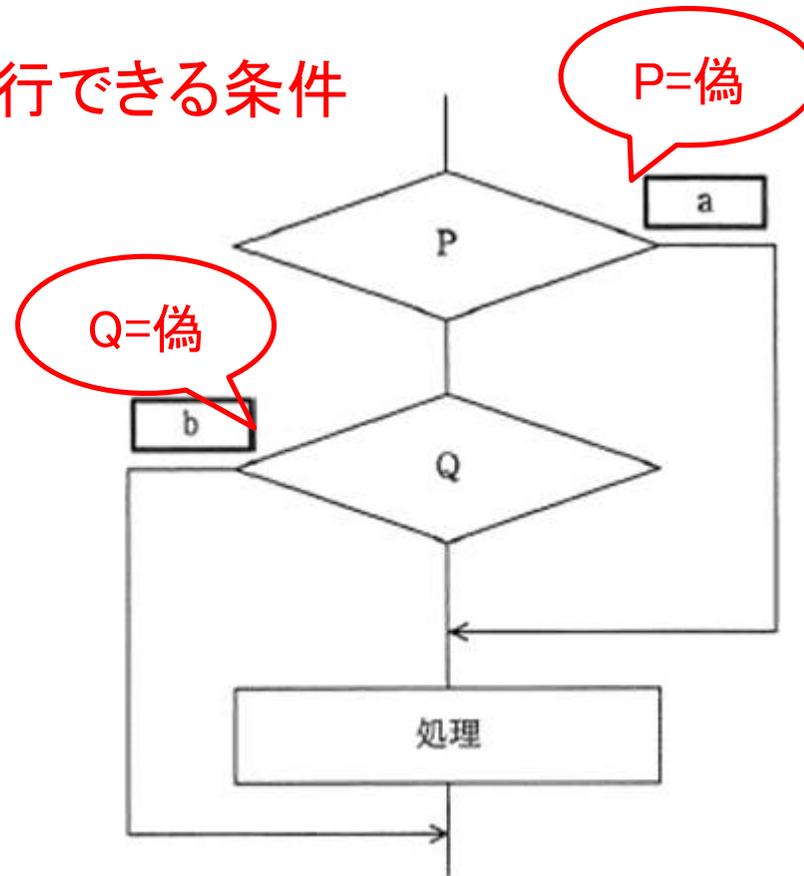
「左の流れ図」と「右の流れ図」で、処理が実行できる条件を考える

- 「左の流れ図」で処理を実行できる条件



分岐条件「Pでない又はQ」が、真となる場合に処理を実行する。
“又は”というのは“OR演算”と同じ意味なので、処理を実行するためには、「Pが偽」と「Qが真」のどちらかを満たせばよい。

- 「右の流れ図」で処理を実行できる条件



aは処理が実行できる方向、bは処理が実行しない方向に分岐している。Pに関して処理が実行される条件は、「P=偽」なのでaには”No”、Qに関して処理が実行されない条件は、「Q=偽」なのでbにも”No”が入る。

★2. 配列

● データ構造

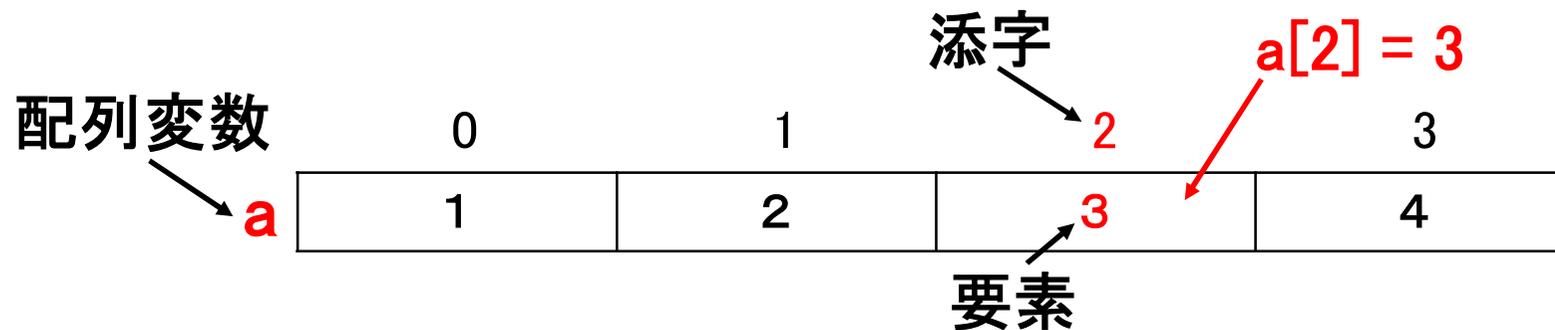
- データがメモリ上にどのような構造で保存されているか？
- データ構造の違いによって、プログラム(アルゴリズム)の効率が大きく異なる

■ データ構造の種類

- 配列
- キュー
- スタック
- リスト構造
- 木構造

● 配列

■ 1次元配列 (データが横一列に配置されている)



■ 2次元配列 (データが縦横に配置されている)

a

	0	1	2	3
0	1	2	3	4
1	5	6	7	8
2	9	10	11	12
3	13	14	15	16

$a[1,2] = 7$

【過去問題】

次の規則に従って配列の要素 $A[0], A[1], \dots, A[9]$ に正の整数 k を格納する。 k として16,43,73,24,85を順に格納したとき、85が格納される場所はどこか。

ここで、 $x \bmod y$ は、 x を y で割った剰余を返す。また、配列の要素は全て0に初期化されている。

〔規則〕

- ① $A[k \bmod 10] = 0$ ならば、 $k \rightarrow A[k \bmod 10]$ とする。
- ② ①で格納できないとき、 $A[(k+1) \bmod 10] = 0$ ならば、 $k \rightarrow A[(k+1) \bmod 10]$ とする。
- ③ ②で格納できないとき、 $A[(k+4) \bmod 10] = 0$ ならば、 $k \rightarrow A[(k+4) \bmod 10]$ とする。

ア $A[3]$ イ $A[5]$ ウ $A[6]$ **エ** $A[9]$

【ヒント】 k の値が格納される配列を、1つずつ考える

<16の格納場所>

$16 \bmod 10 = 6, A[6] = 0$ (初期化されている)なので、16をA[6]に格納する
 $A[16 \bmod 10] = A[6] \Rightarrow A[6] = 16$

<43の格納場所>

$43 \bmod 10 = 3, A[3] = 0$ なので、43をA[3]に格納する
 $A[43 \bmod 10] = A[3] \Rightarrow A[3] = 43$

<73の格納場所>

$73 \bmod 10 = 3, A[3]$ には、すでに43が入っているので格納できない
 $(73 + 1) \bmod 10 = 4, A[4] = 0$ なので、73をA[4]に格納する
 $A[73+1 \bmod 10] = A[4] \Rightarrow A[4] = 73$

<24の格納場所>

$24 \bmod 10 = 4, A[4]$ には、すでに73が入っているので格納できない
 $(24 + 1) \bmod 10 = 5, A[5] = 0$ なので、24をA[5]に格納する
 $A[24+1 \bmod 10] = A[5] \Rightarrow A[5] = 24$

<85の格納場所>

$85 \bmod 10 = 5, A[5]$ には、すでに24が入っているので格納できない
 $(85 + 1) \bmod 10 = 6, A[6]$ には、すでに16が入っているので格納できない
 $(85 + 4) \bmod 10 = 9, A[9] = 0$ なので、85をA[9]に格納する
 $A[85+4 \bmod 10] = A[9] \Rightarrow A[9] = 85$

格納する場所を、ハッシュ関数で求める問題は、たいへんよく出題される

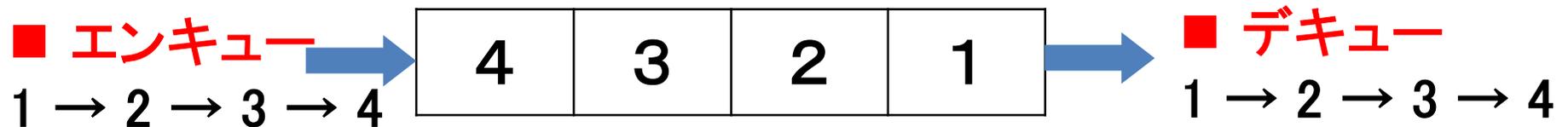
★★★3. キューとスタック

データを保存したり取り出す方法

ディスクの入出力
やOSのタスクの実行で使用

● キュー

入れた順番で出力する (FIFO: First-In First-Out)



プログラムの実行中に他の関数を呼び出すときに使用

● スタック

入れた順番とは**逆の順番**で出力する

(LIFO: Last-In First-Out)

■ **プッシュ**

1 → 2 → 3 → 4



■ **ポップ**

4 → 3 → 2 → 1

【過去問題】

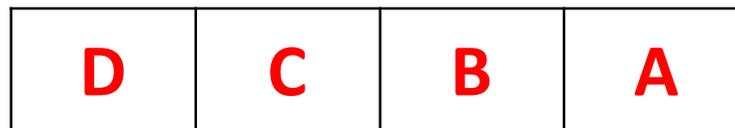
四つのデータA,B,C,Dが、この順に入っているキューと空のスタックがある。手続pop_enqとdeq_pushを使って、キューの中のデータをD,C,B,Aの順に並べ替えるとき、**deq_push**の実行回数は最小で何回か。

ここで、pop_enqはスタックから取り出したデータをキューに入れる操作であり、**deq_push**はキューから取り出したデータをスタックに入れる操作である。

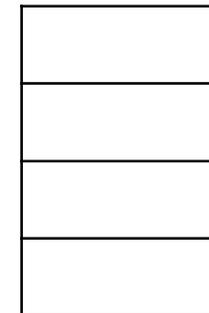
ア 2 **イ 3** ウ 4 エ 5

【ヒント】初期状態のキューとスタック

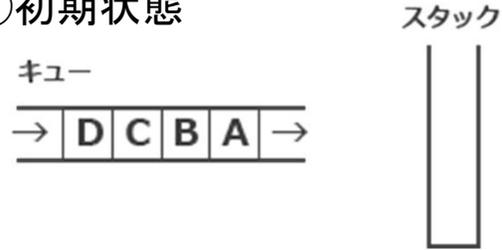
キュー



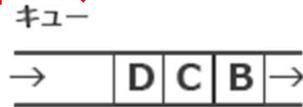
スタック



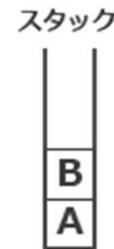
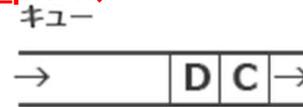
①初期状態



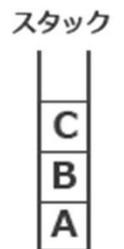
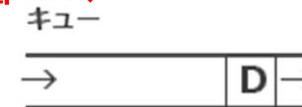
②キューからAを取り出す
(deq_push)



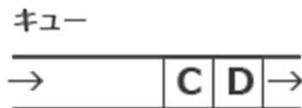
③キューからBを取り出す
(deq_push)



④キューからCを取り出す
(deq_push)



⑤スタックからCを取り出す
(pop_enq)



⑥スタックからBを取り出す
(pop_enq)



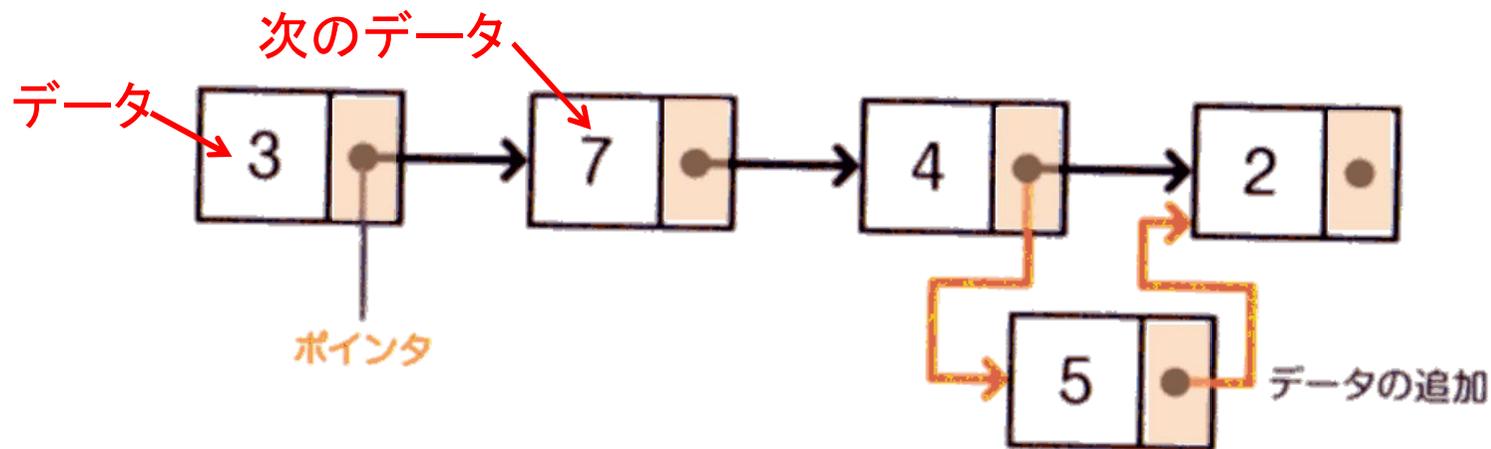
⑦スタックからAを取り出す
(pop_enq)



★★4. リスト構造

●リスト構造とは

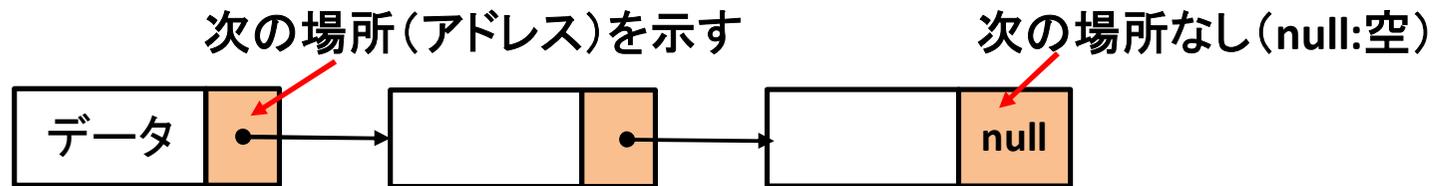
- データ同士を直線的に繋いだ構造
- つなげる順番は、決まっていない。ポインタが指したデータを次に繋ぎ、途中で別のデータをつなげることもできる。また、削除もできる
- データを取り出すときには、ポインタを使って、データの位置をずらしながら取り出す



● リスト構造の種類

- 単方向連結リスト

データの後ろに1つのポインタを付けて連結する



- 双方向連結リスト

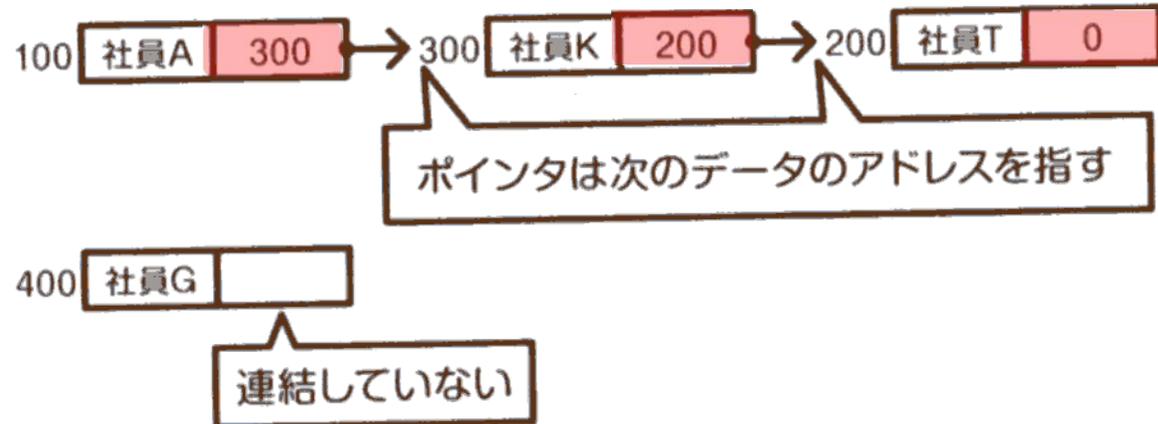
データの前後にポインタを付けて連結する



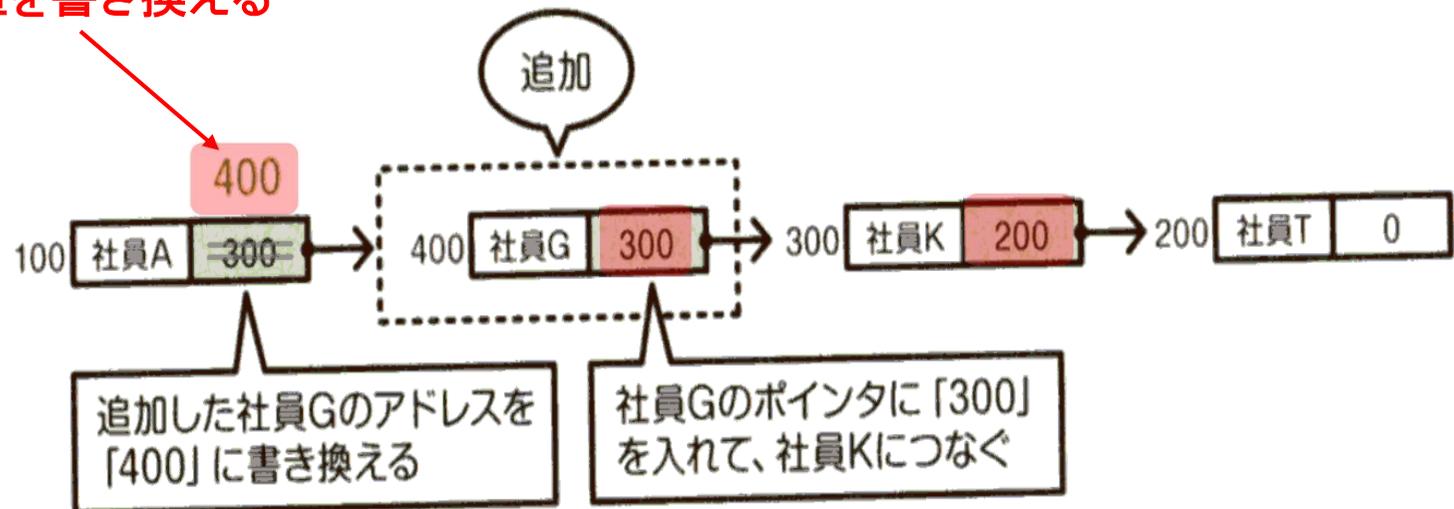
● データの追加と削除 (単方向連結リスト)

■ 社員Gを、社員Aと社員Kの間に追加する場合

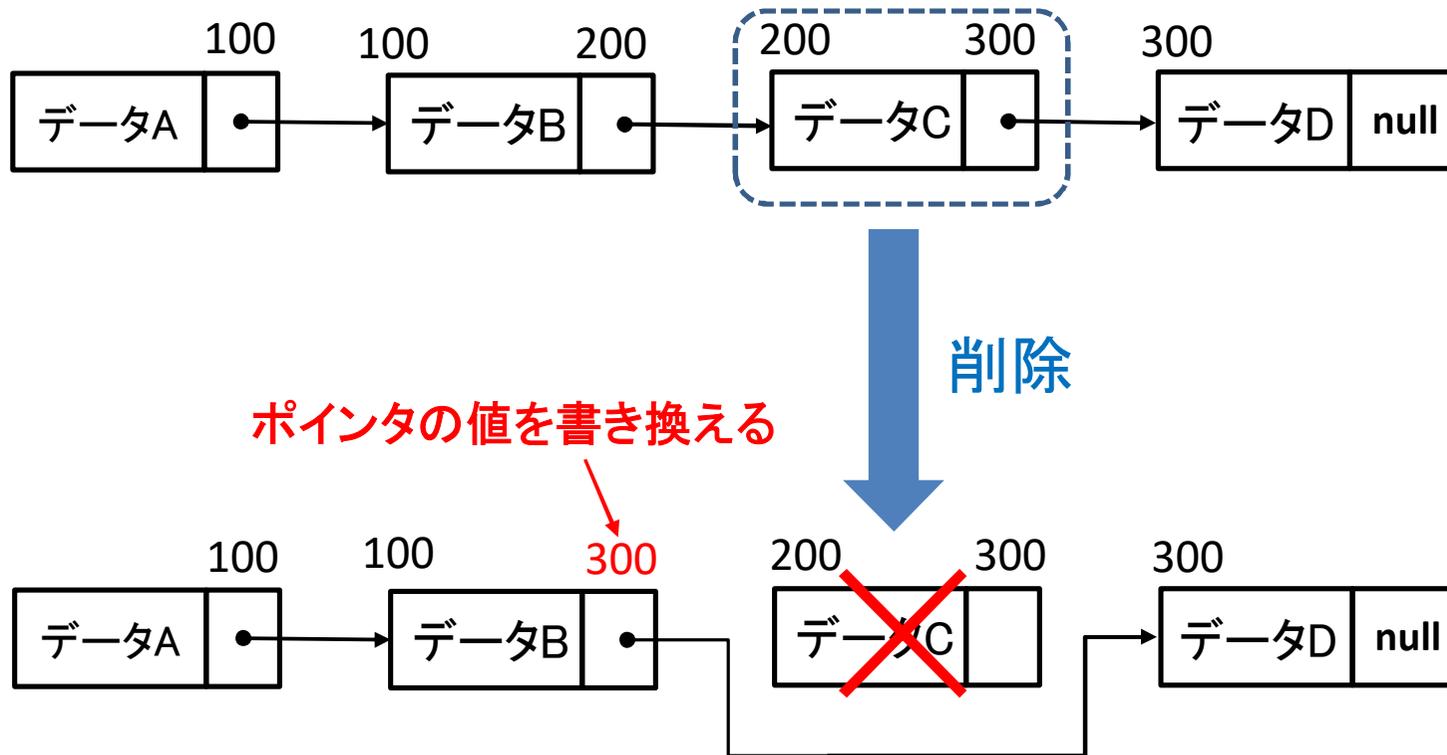
アドレス	データ	ポインタ
100	社員A	300
200	社員T	0
300	社員K	200
400	社員G	



ポインタの値を書き換える



■ データCを削除する場合



【過去問題】

下の左表は、配列を用いた連結セルによるリストの内部表現であり、リスト[東京, 品川, 名古屋, 新大阪]を表している。このリストを[東京, 新横浜, 名古屋, 新大阪]に変化させる操作はどれか。下の右表から選べ。

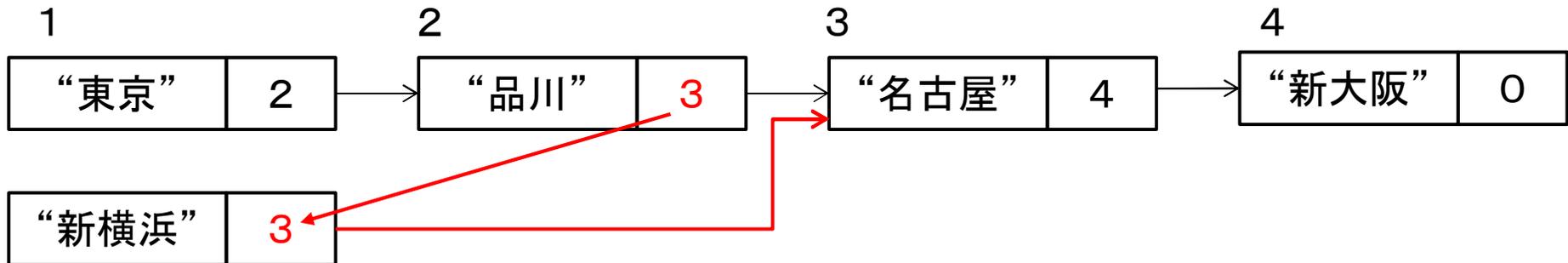
ここで、 $A(i, j)$ は表の第*i*行第*j*列の要素を表す。例えば、 $A(3, 1)$ = “名古屋”であり、 $A(3, 2) = 4$ である。また、 \rightarrow は代入を表す。

		列	
A		1	2
1	“東京”	2	
2	“品川”	3	
3	“名古屋”	4	
4	“新大阪”	0	
5	“新横浜”		

	第1の操作	第2の操作
ア	$5 \rightarrow A(1, 2)$	$A(A(1, 2), 2) \rightarrow A(5, 2)$
イ	$5 \rightarrow A(1, 2)$	$A(A(2, 2), 2) \rightarrow A(5, 2)$
ウ	$A(A(1, 2), 2) \rightarrow A(5, 2)$	$5 \rightarrow A(1, 2)$
エ	$A(A(2, 2), 2) \rightarrow A(5, 2)$	$5 \rightarrow A(1, 2)$

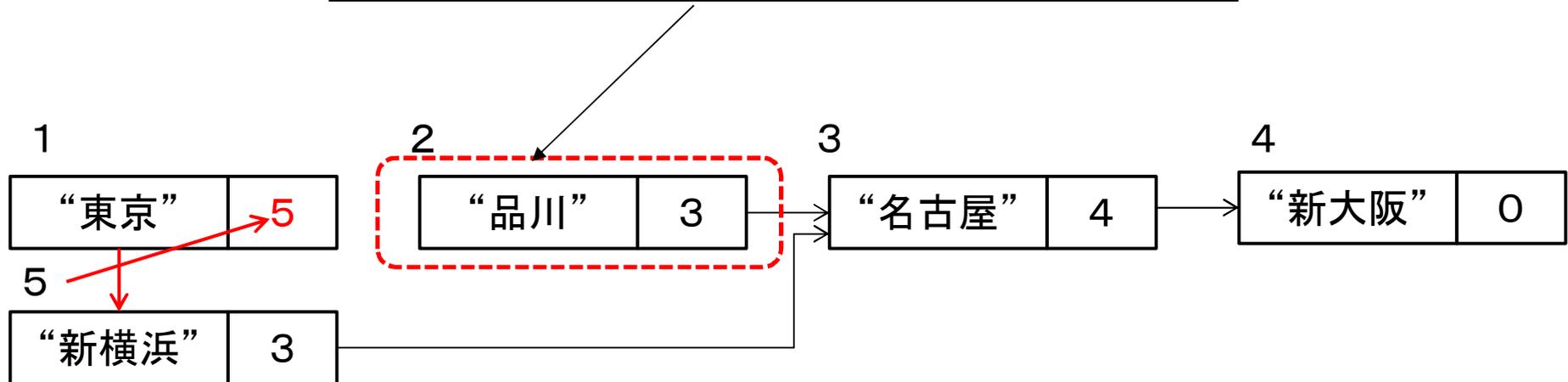
①“東京”の後続ノードの後続ポインタを“新横浜”の後続ポインタにコピーする

“東京”の後続ノードが格納されている位置はA(1, 2)によって得られる(値は2です)。そのノードの後続ポインタA(A(1, 2), 2)すなわちA(2, 2)を、“新横浜”の後続ポインタA(5, 2)にコピーする。A(5, 2)に3が代入されるので、“新横浜”は“名古屋”を指すことになる。



②“東京”の指す先を“新横浜”とする

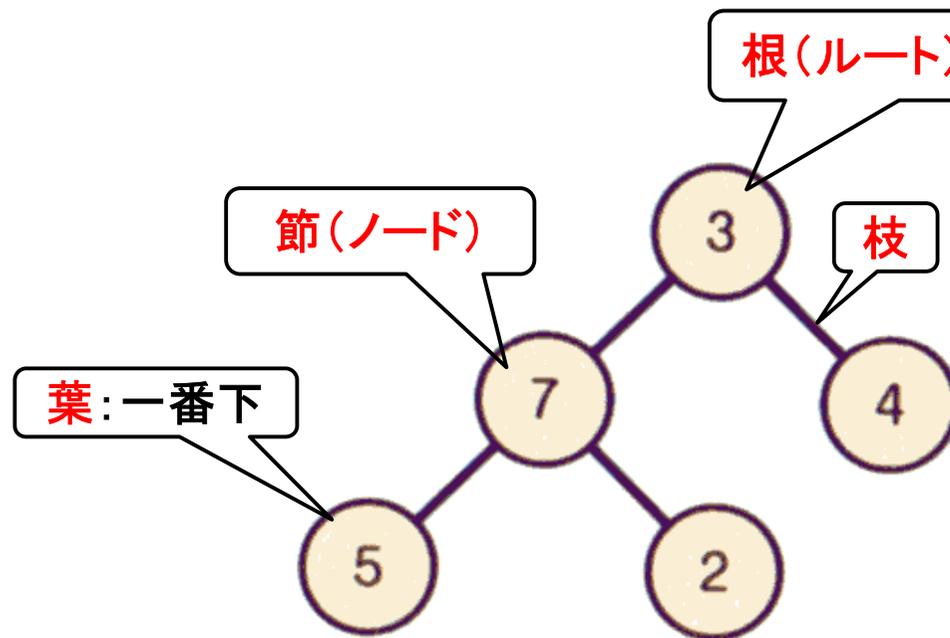
“東京”の後続ノードを“新横浜”とするために、“東京”の後続ポインタA(1, 2)に5を代入する。その結果、どこからも指されない“品川”がリストから切り離されることになる。



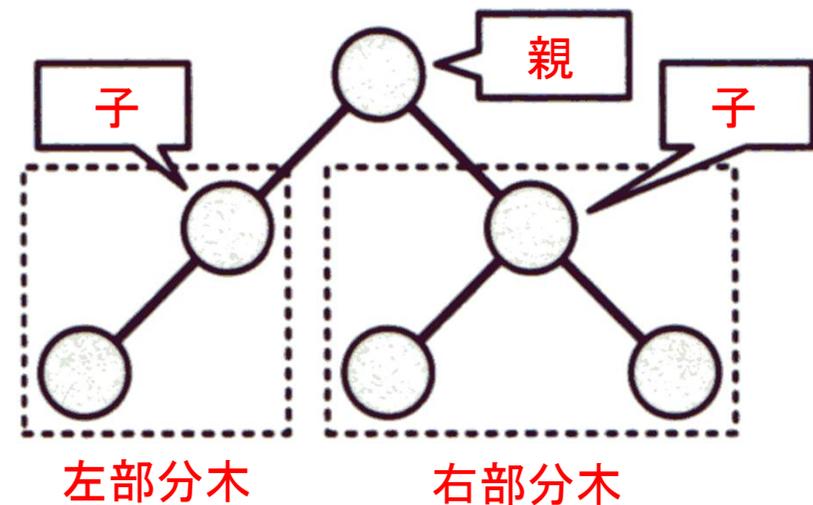
★★5. 木(ツリー)構造

● 木構造とは

- データ間に親子関係や主従関係がある構造
- データを取り出すときには、各階層をたどって取り出す



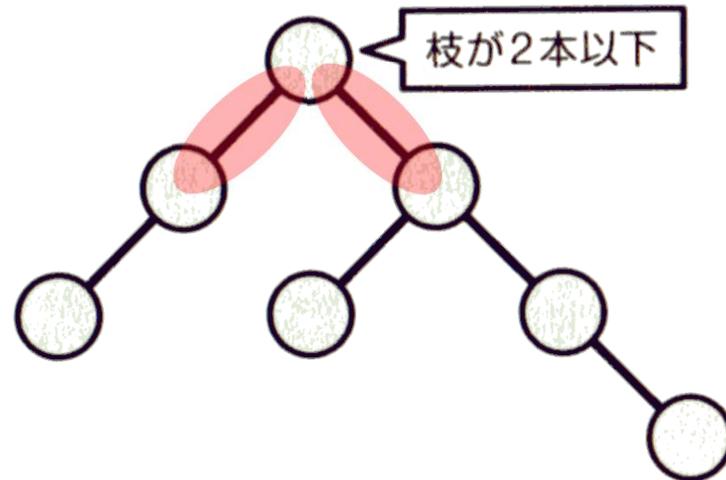
木構造:各データの呼び名



木構造:親子関係

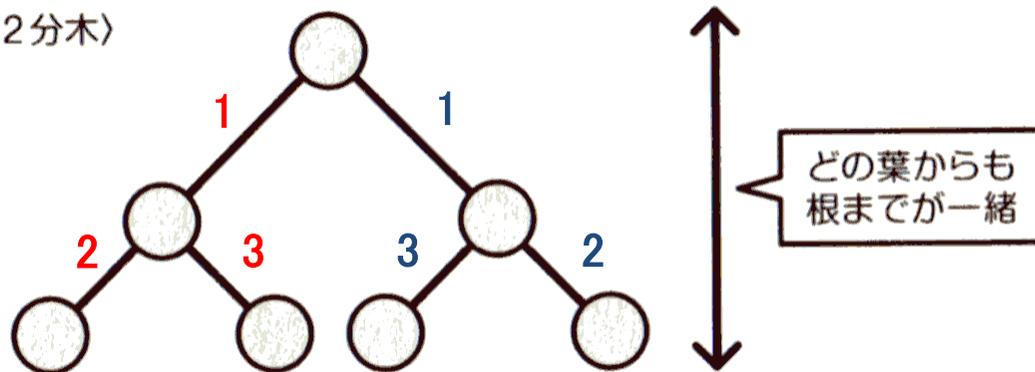
● 2分木

- 根や各節から出る枝が、すべて2本以下の木を**2分木**と呼ぶ



- 根から葉までの枝の数が同数の2分木を**完全2分木**と呼ぶ

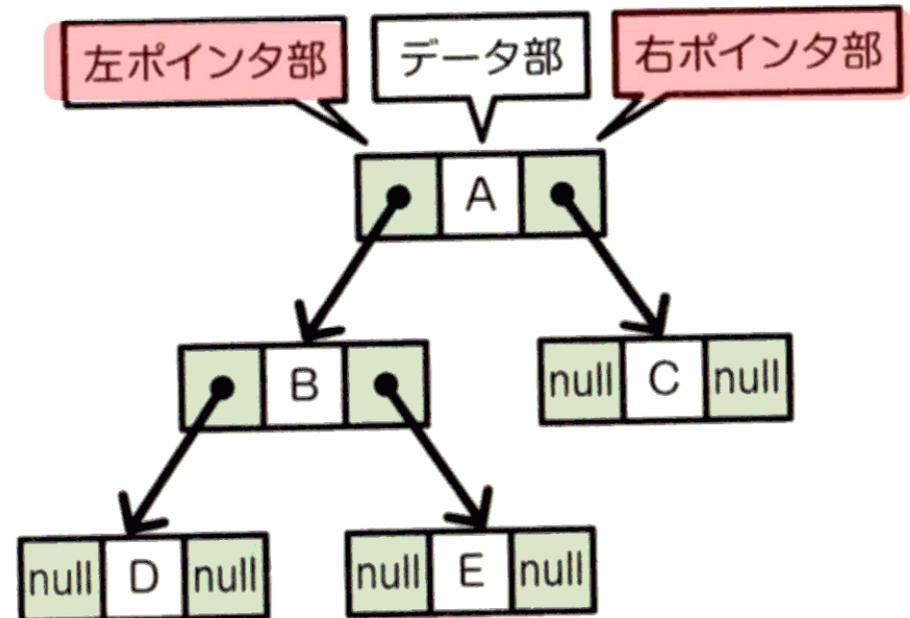
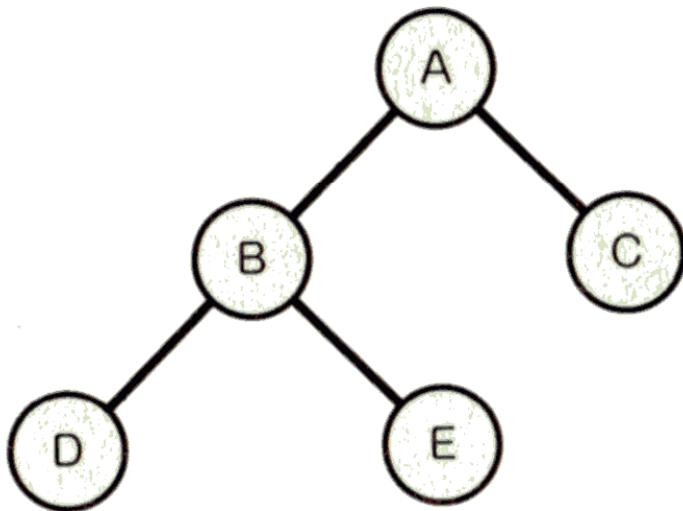
〈完全2分木〉



■ 2分木のデータ構造

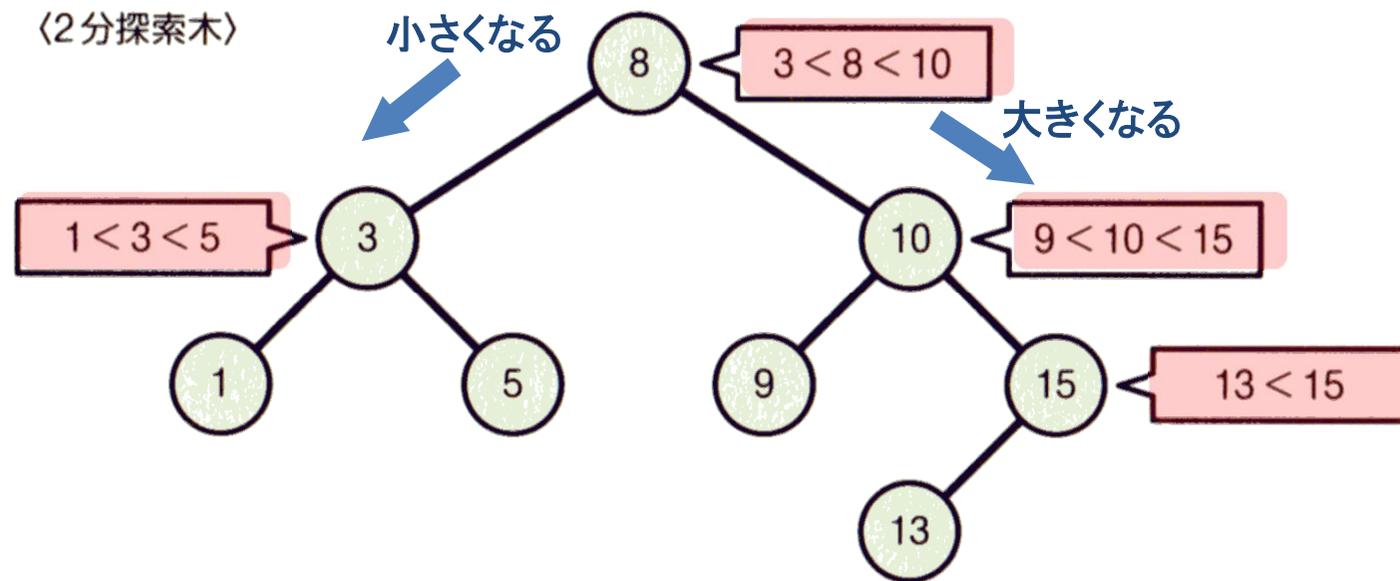
親となっている節のポインタ部には、**子の節のデータの場所**が格納されている

〈2分木のデータ構造〉



● 2分探索木

親のデータが、左部分木のデータより大きく、右部分木のデータよりも小さいとき、**2分探索木**と呼び、必要なデータを検索するときには、少ない回数で検索できる



全ての節でも (左の子の値 < 親の値 < 右の子の値) の条件を満たしている

• 2分探索木のデータ検索

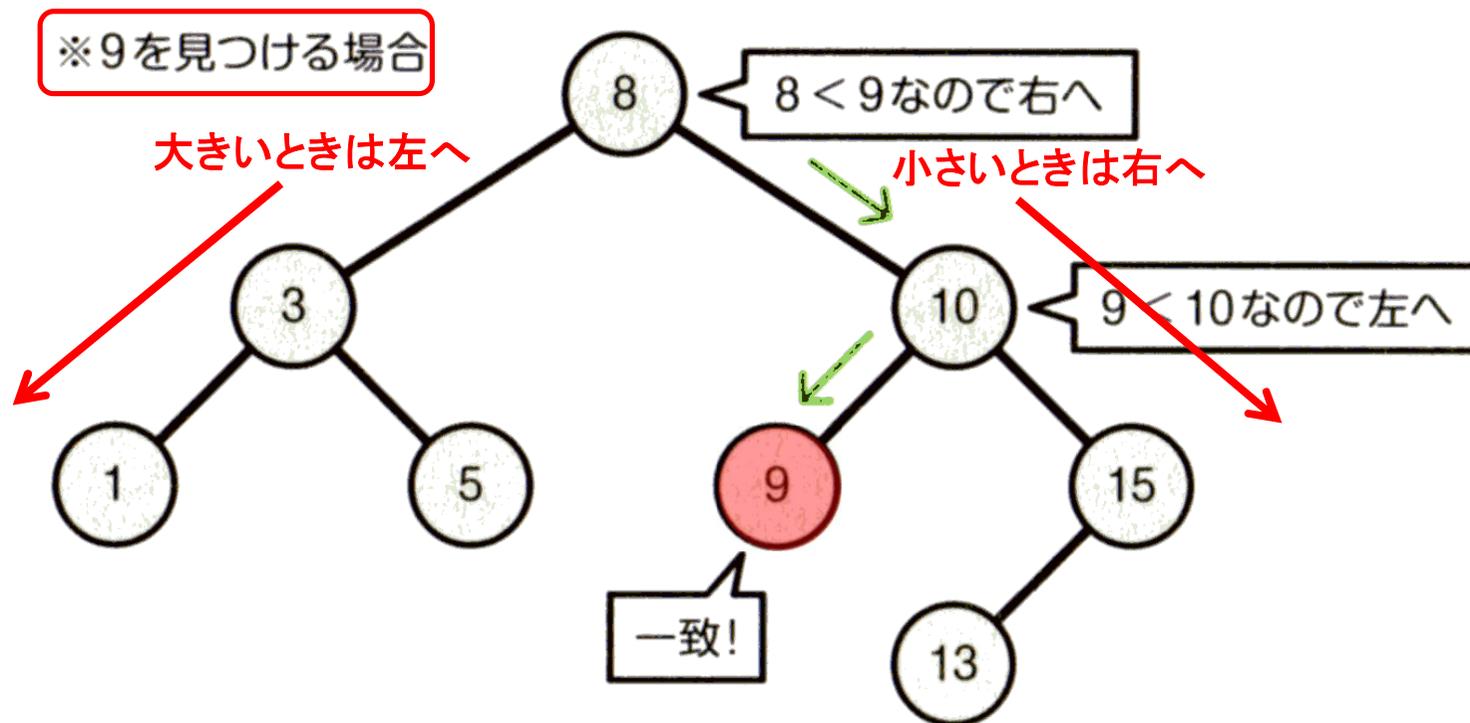
2分探索木の中にあるデータを最短の手順で探し出す

<手順1> 根の値と検索目的の値を比較する(8と9を比較)

<手順2> 検索目的の値が大きければ右の節へ、小さければ左の節へ移動する(右へ)

<手順3> 移動先の節の値と検索目的の値を比較する(10と9を比較)

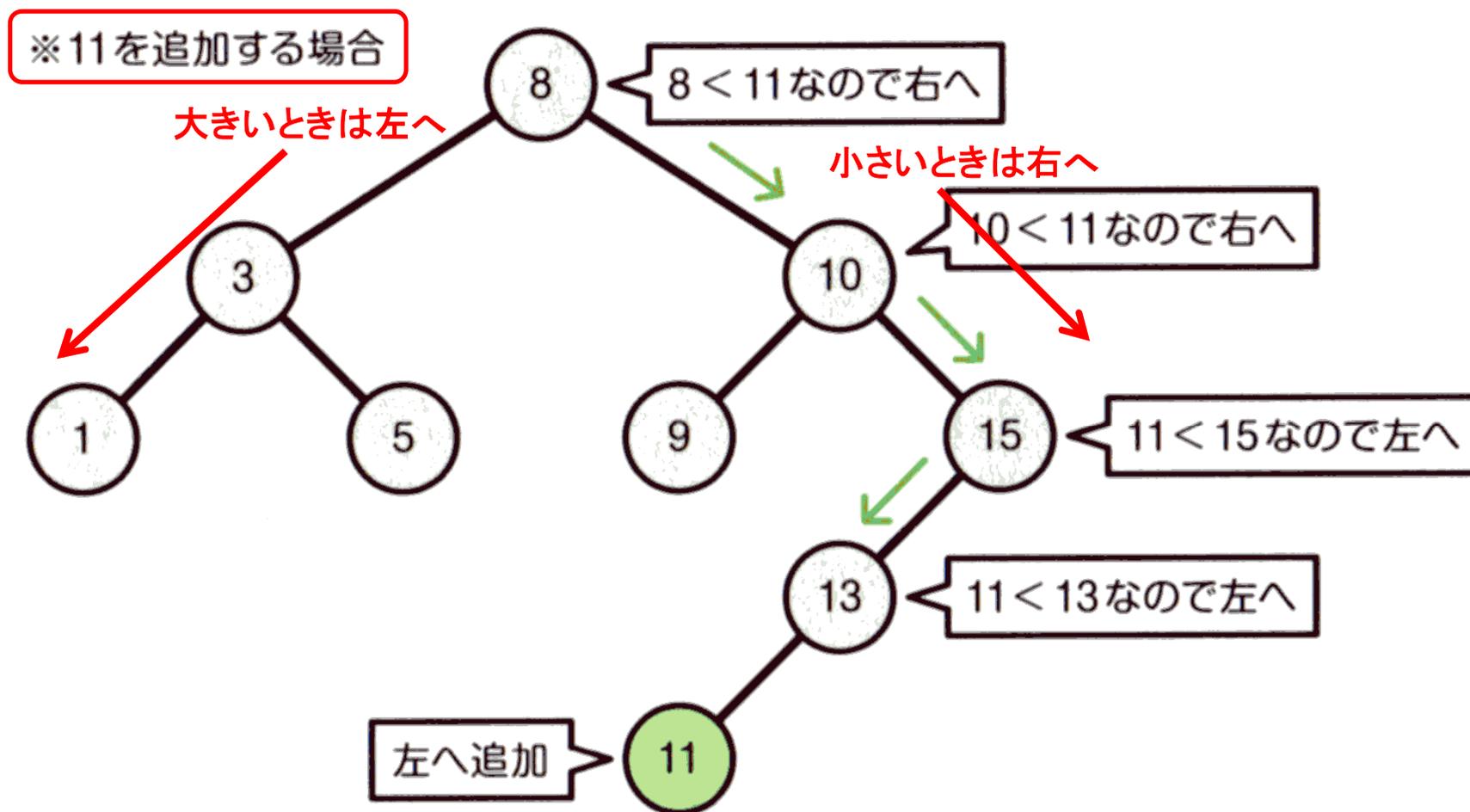
<手順4> 同様な操作を検索目的の値が見つかるまで繰り返す(左へ) ※赤字は図の場合



節の追加や削除による2分探索木の再編成

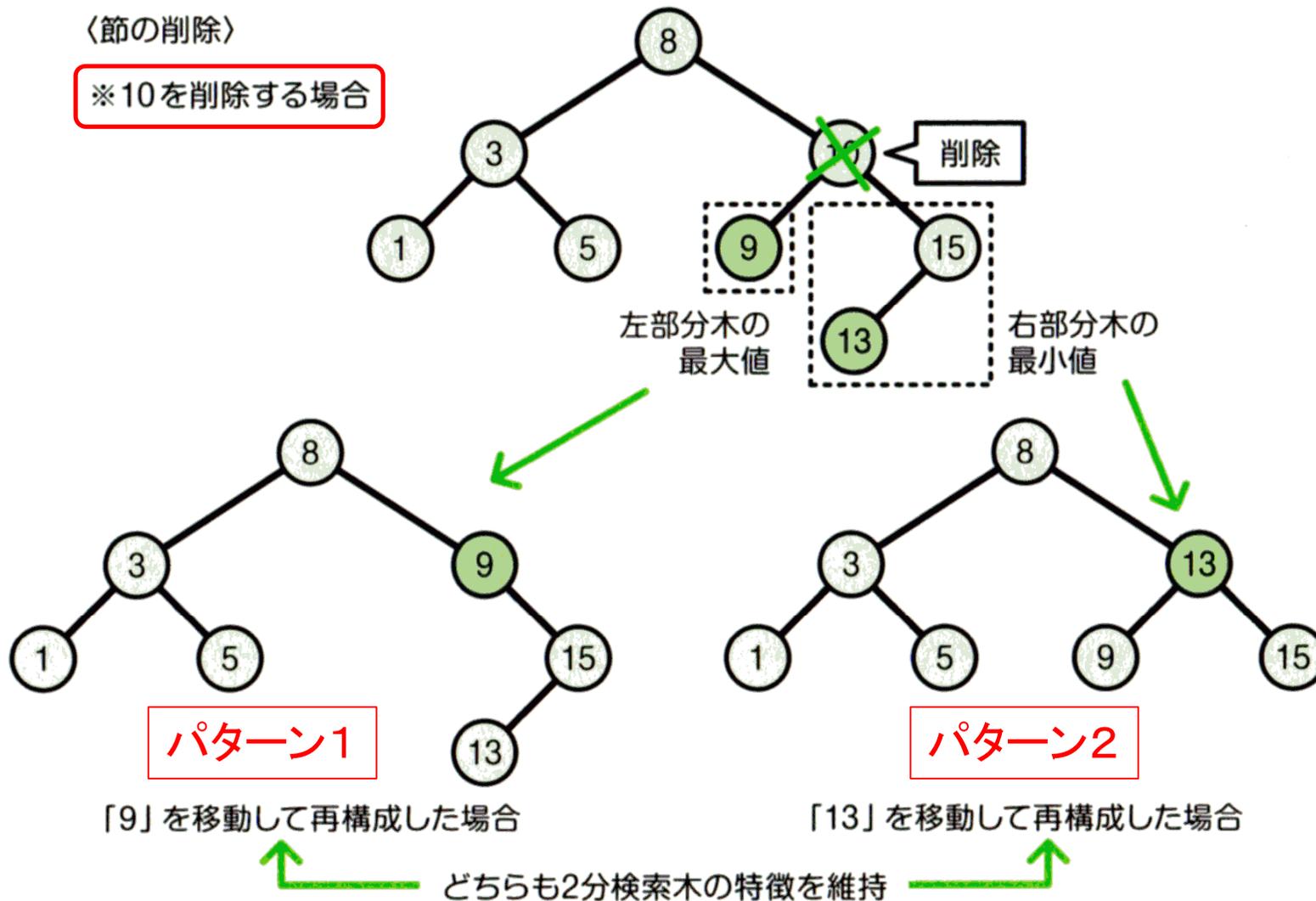
■ 追加する場合

データ検索と同様の操作で、正しい位置に追加できる



■ 削除する場合

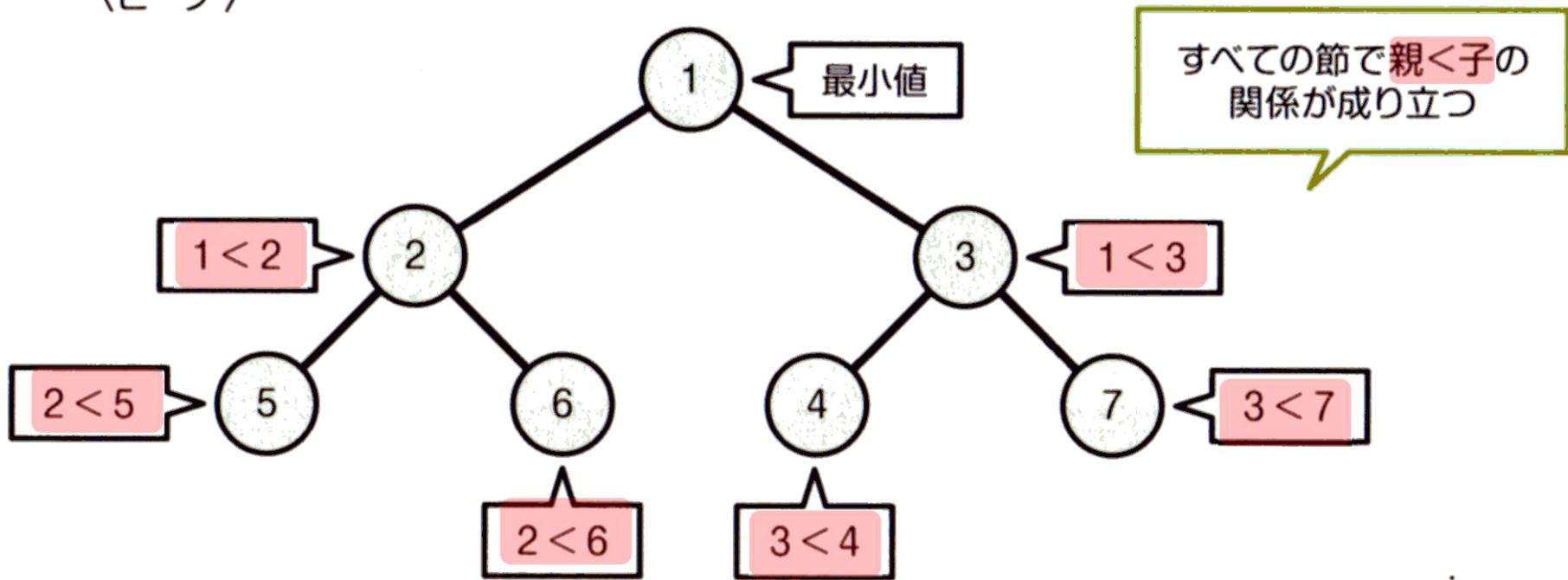
2分探索木の性質(左の子の値 < 親の値 < 右の子の値)を損なわないように、木構造を再編成する



● ヒープ

- すべての節で「親<子」または「親>子」の関係が成り立つ木構造
- 根が最小値になる

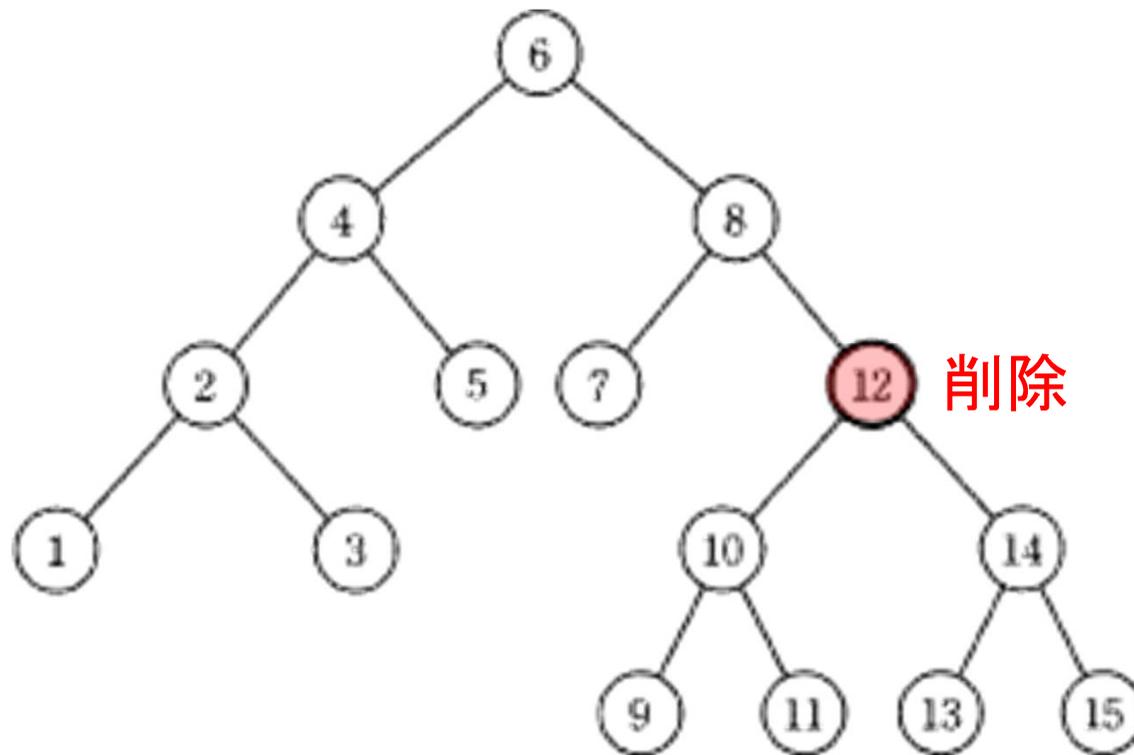
〈ヒープ〉



:

【過去問題】

次の2分探索木から要素12を削除したとき、その位置に別の要素を移動するだけで2分探索木を再構成するには、削除された要素の位置にどの要素を移動すればよいか。



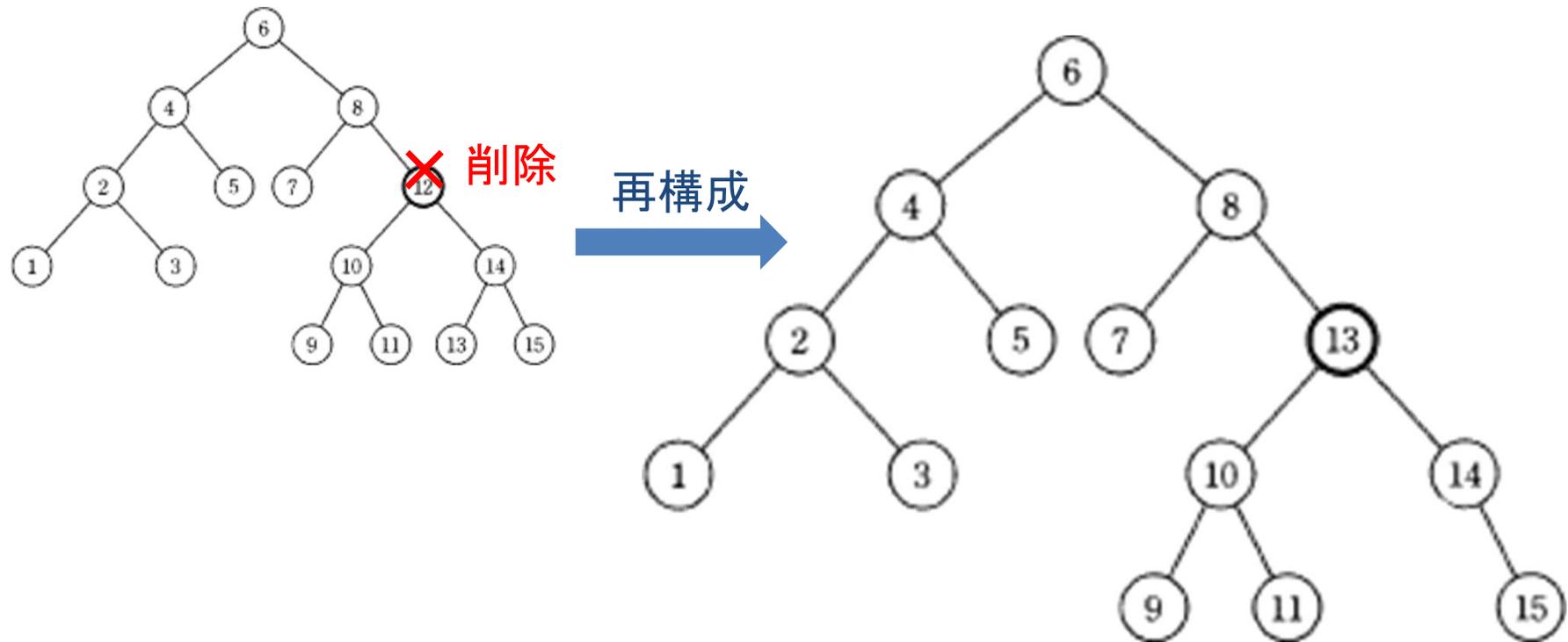
ア. 9

イ. 10

ウ. 13

エ. 14

2分探索木から要素12を削除すると、2分探索木の性質(要素同士の大小関係)を保つために、左部分木の最大値「要素11」、右部分木の最小値「要素13」を新たな節点として再構成する



【回答】

ウの節点となる要素13の左部分木に要素9、要素10、要素11、右部分木に要素14、要素15が配置されることになるので適切

★★★6.検索アルゴリズム

●検索とは

たくさんのデータの中から、目的のデータを探し出す

• 線形検索法（逐次探索法）

先頭（左端）から順番に目的のデータと比較しながら、一致したデータを探す

目的のデータが、3の場合

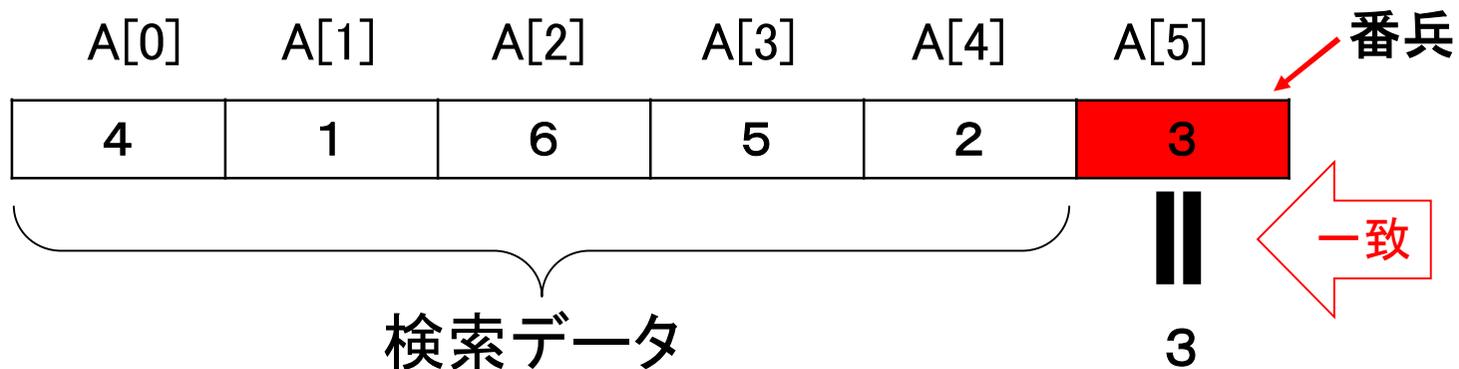
A[0]	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]
4	1	3	5	2

① 3 ② 3 ③ 3 ← 一致

平均探索回数 : $(n + 1) / 2$
 $n =$ データ個数

■ 線形検索法・番兵法 (目的のデータがないとき)

検索データの最後に、あらかじめ(わざと)目的のデータを入れる



番兵として入れたデータが検索された場合は、
「検索できなかった」と判断する

• 2分検索法

検索データがあらかじめ小さい順(昇順)や多い順(降順)に並べられている場合に使用する検索法

目的のデータが5で、小さい順に並べられている場合

① 検索データの真ん中に位置するデータと比較する

A[0]	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]
3	5	7	9	11

⌘
5

データを比較して大きいので、左側にある

② 検索位置を左半分に移して、再度真ん中に位置するデータと比較する

A[0]	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]
3	5	7	9	11

⌘
5

データを比較して小さいので、右側にある

③検索位置を右半分に移して、再度真ん中に位置するデータと比較する

A[0]	A[1]	A[2]	A[3]	A[4]
3	5	7	9	11

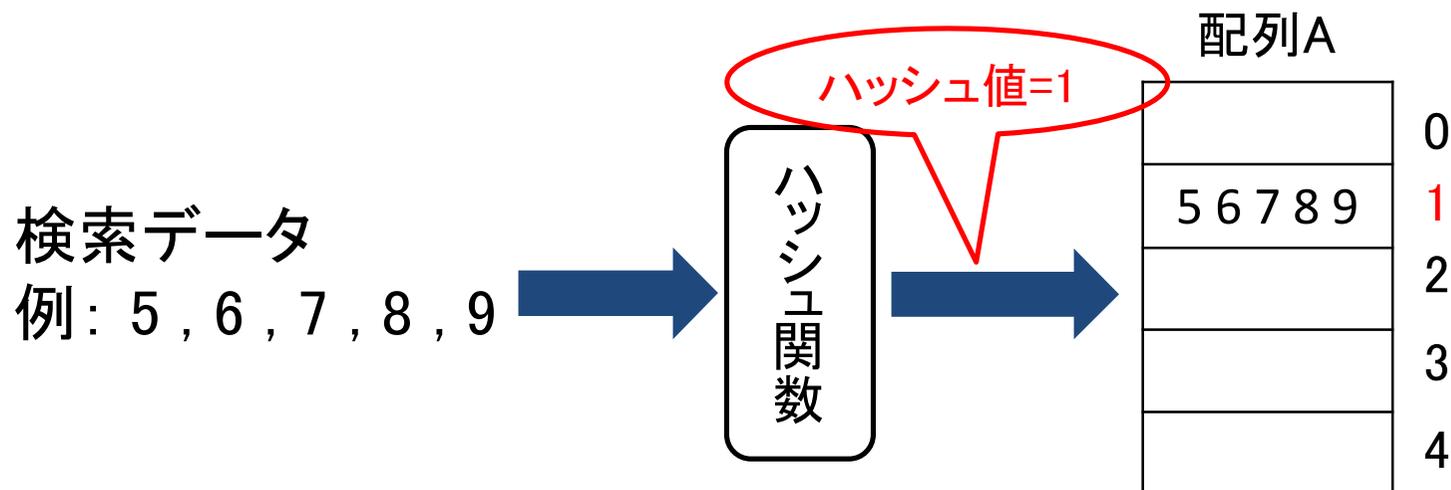
⌋ 一致
5

④目的のデータが見つからなければ、①～③の操作を繰り返す

平均探索回数 : $\log_2 n$
n = データ個数

● ハッシュ検索法

- データを格納する場所(アドレス値)を、予め決めた関数(ハッシュ関数)で求める
- 目的のデータを検索するときも、格納したときと同じハッシュ関数で格納場所(アドレス値=ハッシュ値)を求める



例: $\text{mod}(5+6+7+8+9, 17)$
= $\text{mod}(35, 17)$ 関数

平均探索回数 : 1

【過去問題】

昇順に整列された n 個のデータが配列に格納されている。探索したい値を2分探索法で探索するときのおよその比較回数を求める式はどれか。

- ア. $\text{Log}_2 n$ イ. $(\log_2 n + 1) / 2$
ウ. n エ. n^2

2分探索法は、探索データが昇順または降順に整列されているときに用いる方法。データ中央値と探索対象のデータを比較し、その大小により探索範囲を1/2ずつ狭めていくことで、線形探索と比べて効率よく探索することが可能。

平均比較回数: $\log_2 n$ 最大比較回数: $\log_2 n + 1$

※ n はデータ個数

★7. 整列(ソート)アルゴリズム

● 整列とは

- 大量のデータを使いやすいように並べ替えるためのアルゴリズム
- 一般的には、小さい順(昇順)または大きい順(降順)に並べる

* 交換法(バブルソート) : 最大比較回数 = $\frac{n(n-1)}{2}$

以下の数値を昇順に並べる

3	2	1
---	---	---

①右から順番に、2つの数値(2と1)を比較して、小さな数値(1)を左に置く(交換する)

3	1	2
---	---	---

②2つの数値(3と1)を比較して、小さな数値(1)を左に置く(交換する)

1	3	2
---	---	---

③2つの数値(3と2)を比較して、小さな数値(2)を左に置く(交換する) **ソート完了**

1	2	3
---	---	---

* 選択法(選択ソート) : 最大比較回数 = $\frac{n(n-1)}{2}$

以下の数値を昇順に並べる



①左から順番に、2つの数値(3と2)を比較する → 2の方が小さい



②2つの数値(2と1)を比較する → 1の方が小さい



③最小値が1であることがわかったので、1を一番左に移動して、3を1の場所に移動する



ソート完了

* 挿入法 (挿入ソート)

整列していないデータ列の中から、1つずつデータを取り出して、整列しているデータ列の適切な位置に、取り出したデータを挿入することを繰り返して、データを並べ替える

昇順に整列させる場合

①先頭(左端)のデータ(5)を整列済とする

5	3	1	4	2
---	---	---	---	---

②未整列データ(3)を整列済データ(5)と比較して、大きいデータが右に、小さいデータが左になるように、未整列データ(3)をデータ列に挿入する

3	5	1	4	2
---	---	---	---	---

③次の未整列データ(1)を整列済データ(5)と比較して、未整列データ(1)を左に挿入する

3	1	5	4	2
---	---	---	---	---

④整列済データ(3)と未整列データ(1)を比較して、未整列データ(1)を左へ挿入する。データ(1)の位置は先頭なので、このデータ(1)の位置は確定。

1	3	5	4	2
---	---	---	---	---

⑤次の未整列データ(4)を整列済データ(5)と比較して、未整列データ(4)を左に挿入する。

1	3	4	5	2
---	---	---	---	---

⑥整列済データ(3)と未整列データ(4)を比較する。未整列データ(4)はすでに整列済データ(3)の右なので、ここでは何もしないでこのまま。

1	3	4	5	2
---	---	---	---	---

⑦次の未整列データ(2)を整列済データ(5)と比較して、未整列データ(2)を左に挿入する。

1	3	4	2	5
---	---	---	---	---

⑧未整列データ(2)を整列済データ(4)と比較して、未整列データ(2)を左に挿入する。

1	3	2	4	5
---	---	---	---	---

⑨未整列データ(2)を整列済データ(3)と比較して、未整列データ(2)を左に挿入する。

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

⑩未整列データ(2)を整列済データ(1)と比較する。未整列データ(2)はすでに整列済データ(1)の右なので、ここでは何もしないでこのまま。

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

ソート完了

【過去問題】

配列 $A[i]$ ($i=1,2,\dots,n$)を、次のアルゴリズムによって整列する。
行2~3の処理が初めて(1回目)終了したとき、必ず実現されている配列の状態はどれか。

[アルゴリズム]

行番号.

1. 行番号 i を1から $n-1$ まで1ずつ増やしながらい行2~3を繰り返す
2. j を n から $i+1$ まで減らしながらい行3を繰り返す
3. もし $A[j] < A[j-1]$ ならば, $A[j]$ と $A[j-1]$ を交換する

- ア. $A[1]$ が最小値になる イ. $A[1]$ が最大値になる
ウ. $A[n]$ が最小値になる エ. $A[n]$ が最大値になる

例として“7315”の文字列($n=4$)を用いて整列の流れを考える

	1	2	3	4
A	7	3	1	5

* 行1:1から($4-1=$)3まで増やしながらか繰り返す

* 行2: $i=1$, 4から($1+1=$)2まで減らしながらか繰り返す

1. 行3: $j=4$, $A[4]$ と $A[3]$ を比較。 $5 < 1$ は成立しないので、交換はしない。
[7315]
2. 行3: $j=3$, $A[3]$ と $A[2]$ を比較。 $1 < 3$ が成立するので、 $A[3]$ と $A[2]$ 交換する。
[7135]
3. 行3: $j=2$, $A[2]$ と $A[1]$ を比較。 $1 < 7$ が成立するので、 $A[2]$ と $A[1]$ 交換する。
[1735]

ここまでで行2~3の処理の1回目の処理が終了した。処理の結果、文字列の中で最小値である“1”が配列の先頭($A[1]$)に格納されていることが確認できる

★★★ 8. 再帰アルゴリズム

● 同じパターンの繰り返し(再帰)アルゴリズム

自然数 n の階乗 $n!$ を求める場合

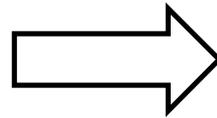
$$n! = n \times (n - 1)!$$

同じパターン

5!を求める場合

計算式

$$\begin{aligned} f(5) &= 5 \times f(4) \\ &= 5 \times 4 \times f(3) \\ &= 5 \times 4 \times 3 \times f(2) \\ &= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times f(1) \\ &= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= 120 \end{aligned}$$



プログラム

```
f(n):  
  if n = 1 then  
    return 1  
  else  
    return n * f(n-1)
```

再帰関数

令和元年度 秋期

基本情報処理技術者試験問題・解答(アルゴリズムとデータ構造)

【問11】

自然数 n に対して、次のように再帰的に定義される関数 $f(n)$ を考える。
 $f(5)$ の値はどれか。

$f(n)$: if $n \leq 1$ then return 1 else return $n + f(n - 1)$

ア 6 イ 9 **ウ 15** エ 25

引数 n が1以下のとき
1を返す
それ以外の場合
 $n + f(n - 1)$ を返す

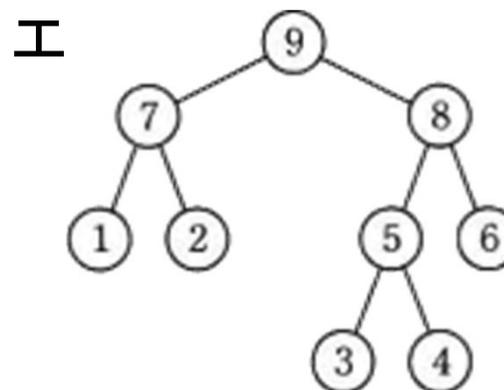
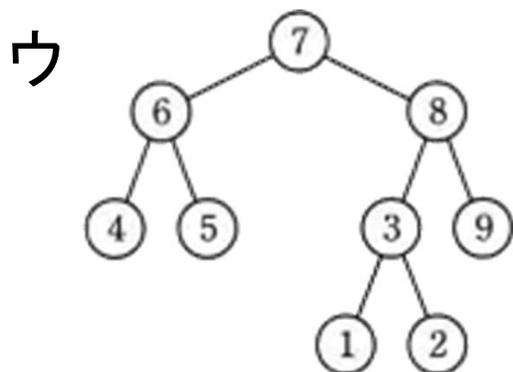
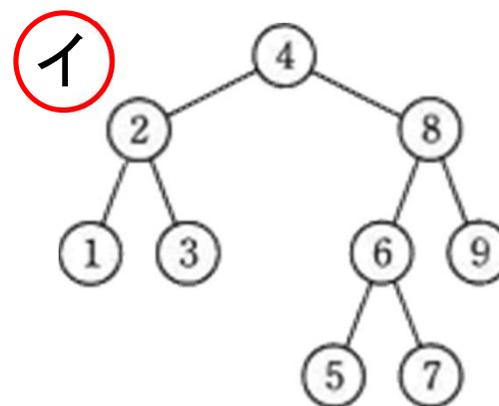
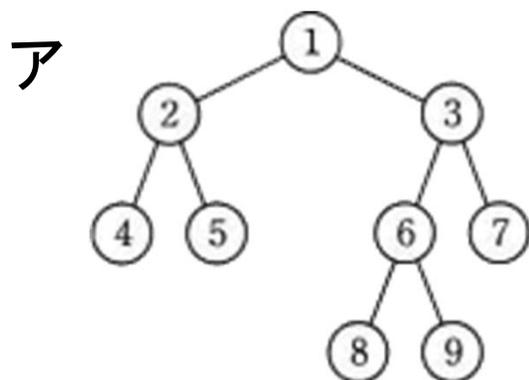
$f(5)$
 $= 5 + f(4)$ // $f(5) = 5 + f(4)$
 $= 5 + 4 + f(3)$ // $f(4) = 4 + f(3)$
 $= 5 + 4 + 3 + f(2)$ // $f(3) = 3 + f(2)$
 $= 5 + 4 + 3 + 2 + f(1)$ // $f(2) = 2 + f(1)$
 $= 5 + 4 + 3 + 2 + 1$ // $f(1) = 1$
 $= 15$

平成31年度 春期

基本情報処理技術者試験問題・解答(アルゴリズムとデータ構造)

【問5】

2分探索木として適切なものはどれか。ここで、1~9の数字は、各ノード(節)の値を表す。



【解答】

2分探索木は、2分木の各節にデータを持つことで探索を行えるようにした木構造である。各節のデータは「その節から出る左部分木にあるどのデータよりも大きく、右部分木のどのデータよりも小さい」という条件があり、これを利用して効率的にデータを探索することができるようになる。

「左部分木の値 $<$ ノードの値 $<$ 右部分木の値」という2分探索木の条件に照らして選択肢の木構造を検証すると、2分探索木として適切な木は「イ」と分かる。

