電気・電子計測
【第2回】

http://cobayasi.com/keisoku/2nd/2nd.pdf

■ 計測の基礎（テキストp9–p18）

1. どのような計測法があるか
2. 測定値は正しいだろうか
3. 測る時の単位を調べよう

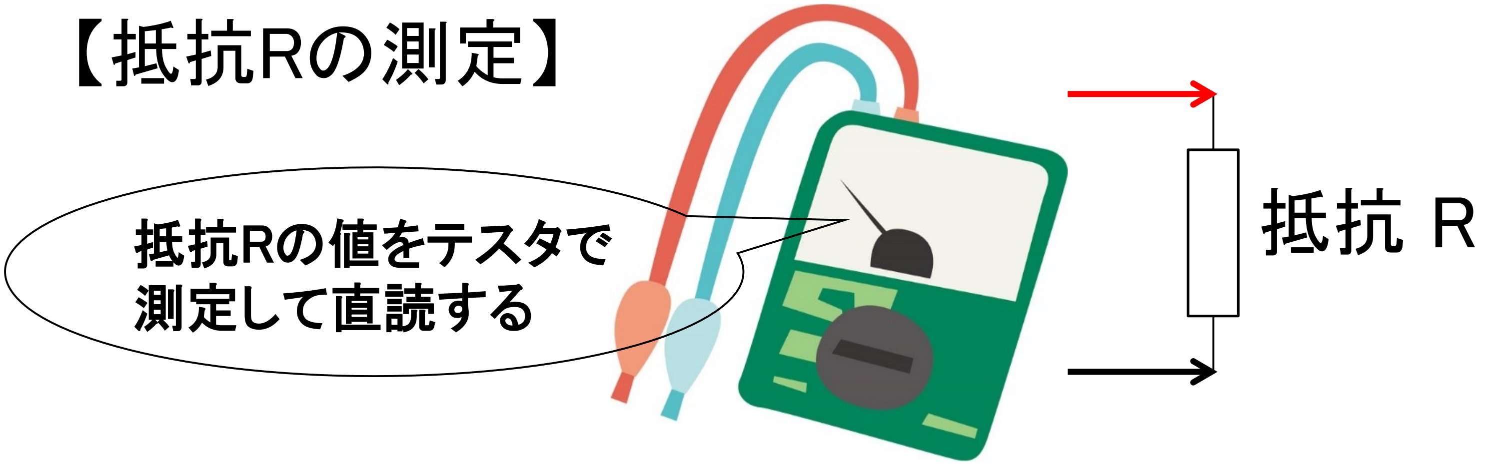
1. どのような計測法があるか

測定量を、直接読むか？間接的に読むか？

■直接法

　測定量を、同じ種類の基準量と直接比較して測定する方法　⇒　測定量を直接読むことができる

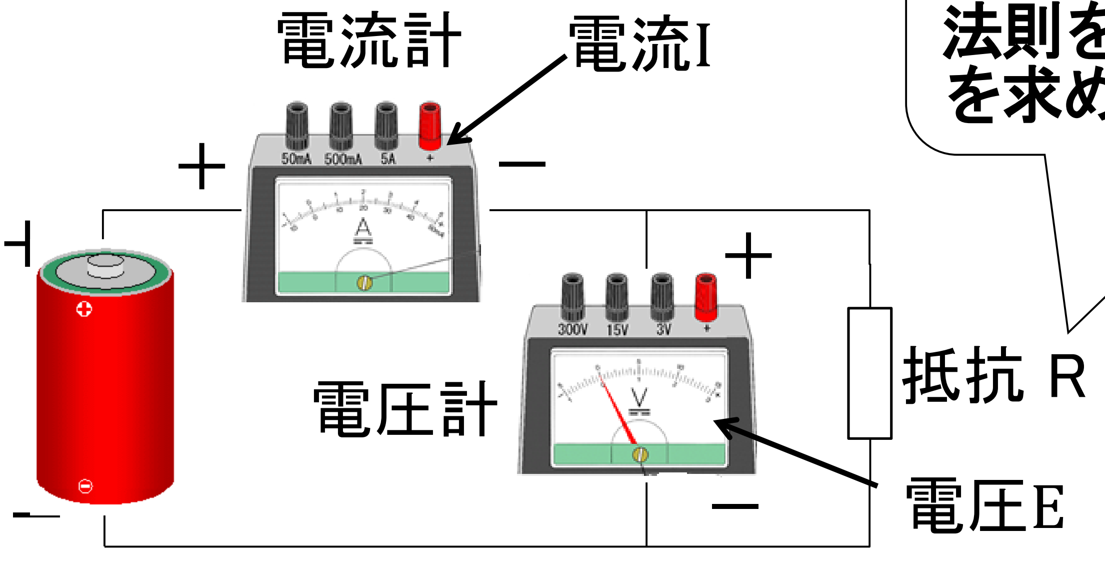
【抵抗Rの測定】



■間接法

測定する量を、その量と一定の関係にある別の量を測定することから求める方法 ⇒ 測定量を、別の量を測定して、その関係式を使って求める

【抵抗Rの測定】



電圧計で電圧Eを、電流計で電流Iを測定して、オームの法則を使って、抵抗値R=E/Iを求める

測定量を、測定器の針の振れたところで読むか？
基準量との平衡をとり、測定器の針が零を指すところで読むか？

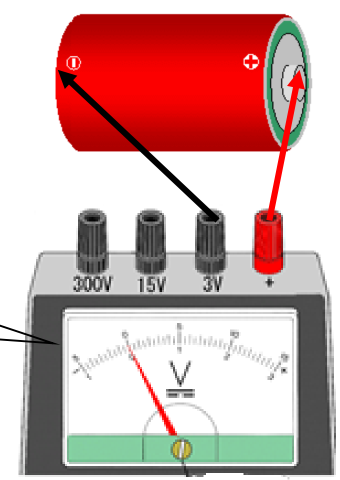
■偏位法

　測定する量をメータのような指針の振れ（**偏位**）で測定する方法

　※測定器の構成要素（使用部品：ばねなど）が経年変化などで変形することがあるので、構成要素を校正する（正しい値にする）必要がある。

【未知電圧Eの測定】

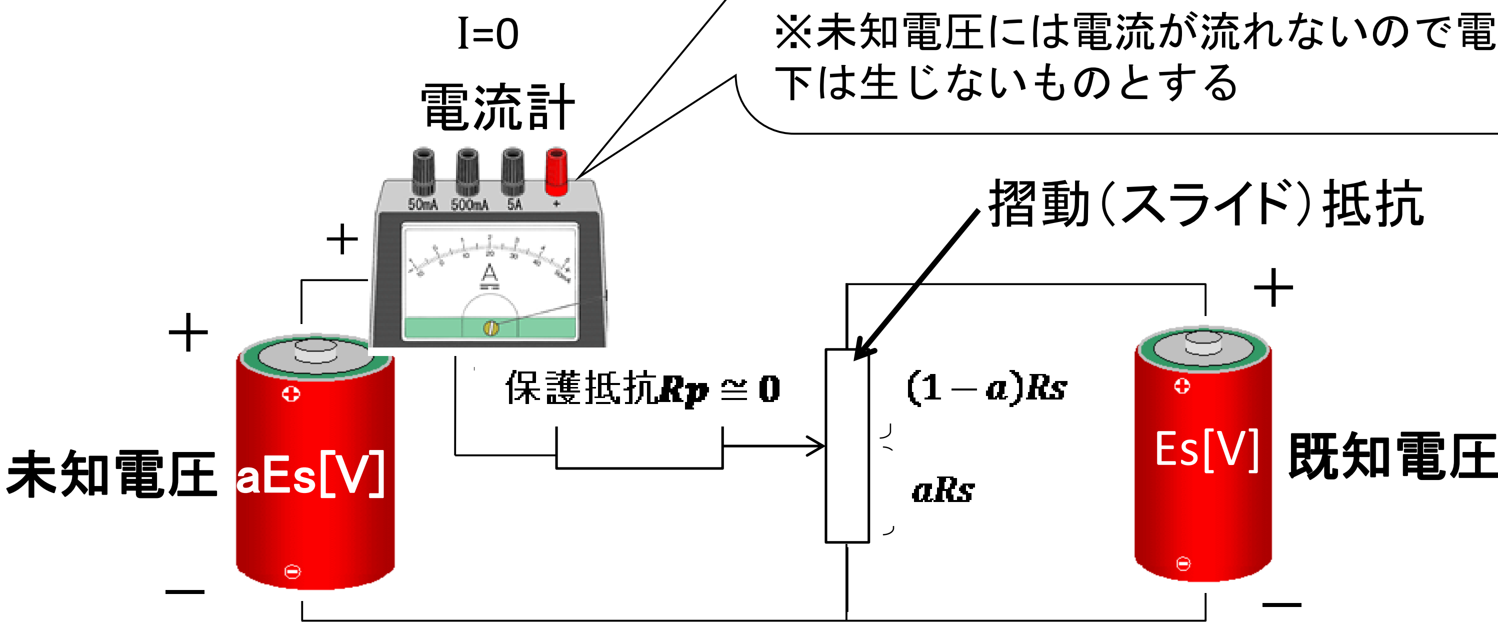
電圧計を使って指針の振れで電圧値Eを読む
※未知の電圧（電池）の内部抵抗による電圧降下で誤差を生じる



■零位法

測定量を、他の量と比較して天秤のような測定器を使用して、両者の平衡をとって指針が**0(零)**になるようにする測定方法

電流計の値が０（零）となるように摺動抵抗を動かして、未知電圧aEs[V]を求める → aの値を求める
※未知電圧には電流が流れないので電圧降下は生じないものとする



■アナログ計測

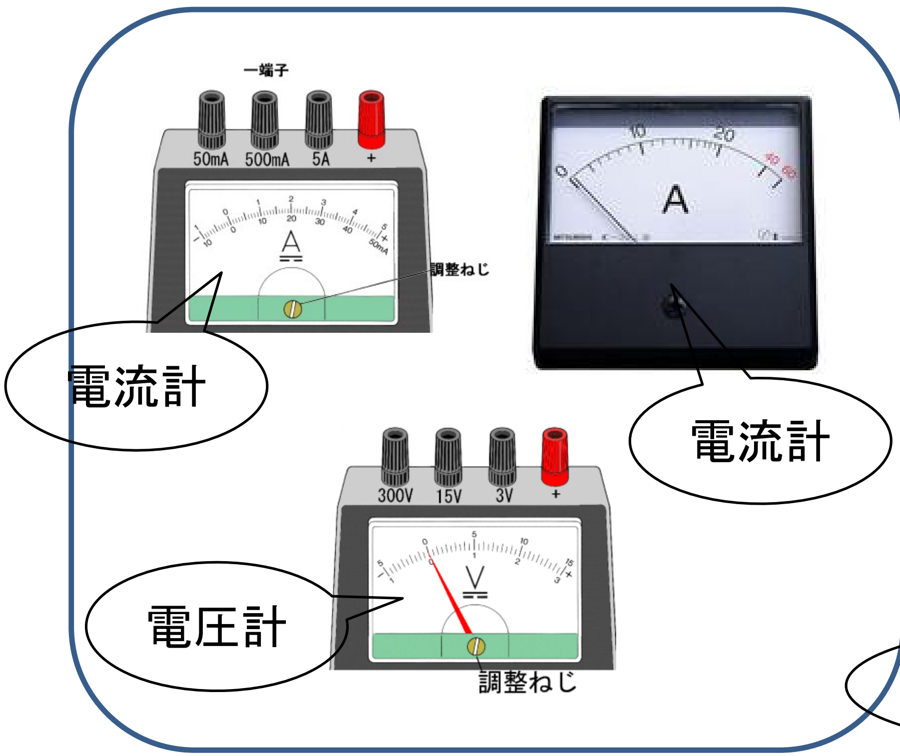
計測する量を連続的に変化する表示器（指針表示器など）で計測する

※指針の見方によって個人差が生じやすく、高精度の計測には適さない

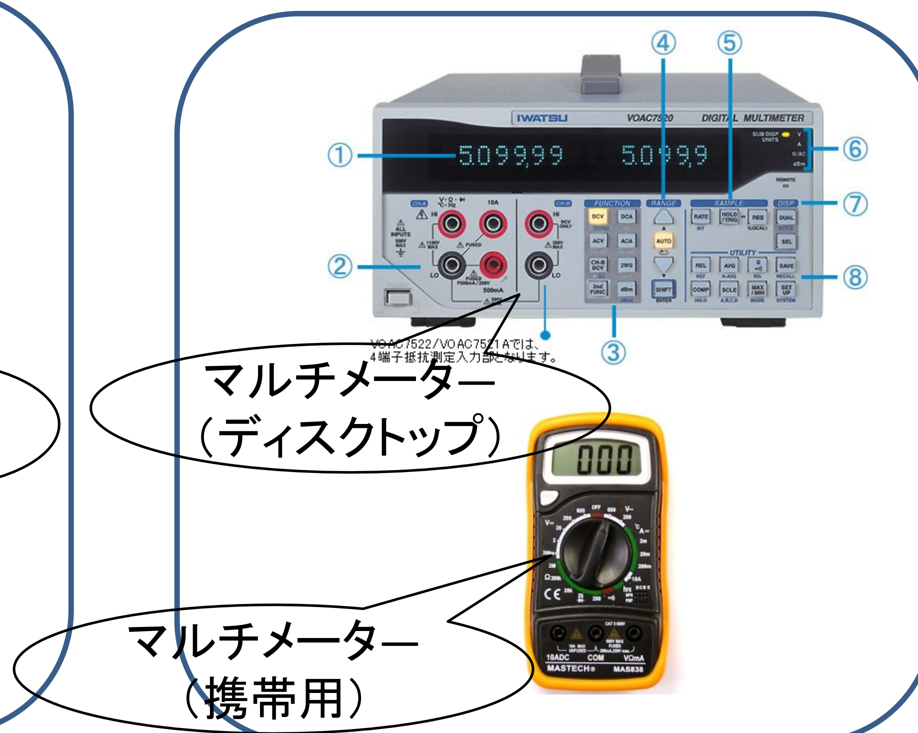
■ディジタル計測

計測する量を離散的に変化する表示器（数値表示器など）で計測する

※個人差が生じにくく、高精度の計測に適している。コンピュータを使って計測値を処理できる



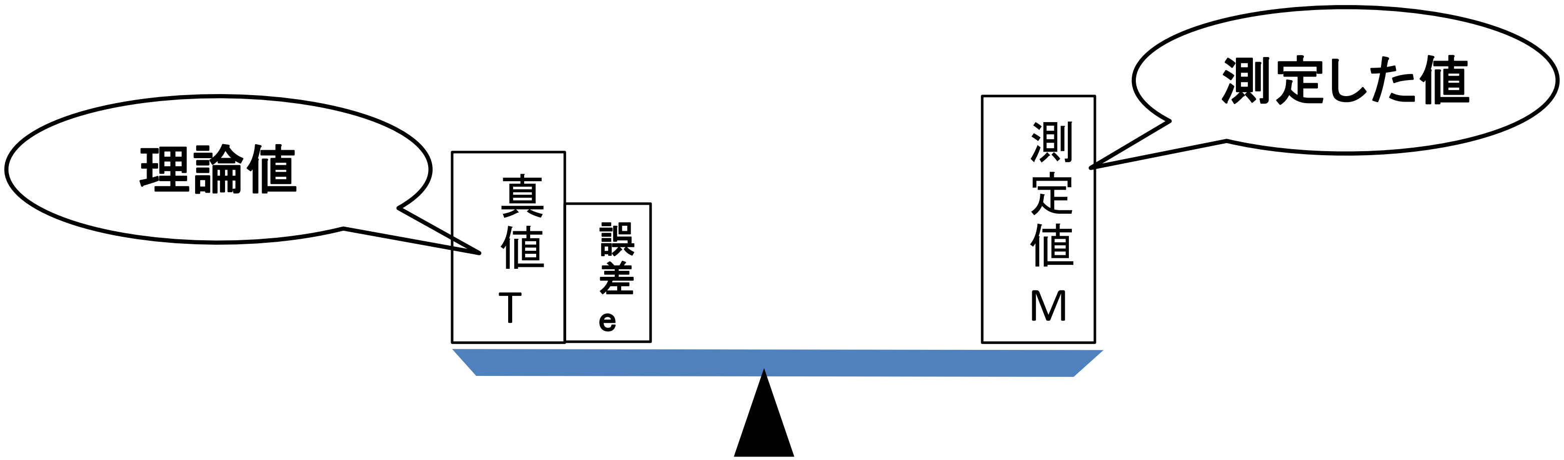
アナログ計測器



ディジタル計測器

2. 測定値は正しいだろうか

■誤差（絶対誤差） ε(error：エラー)



$$\varepsilon = M - T$$

M：測定値(measurement value)
T：真値(true value)

■誤差百分率(相対誤差)ε_0

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{T} \times 100[\%]$$

　理論値が1000kgである物体の重さを測定したら、1001kgであった。この測定の誤差と誤差百分率を求めよ。

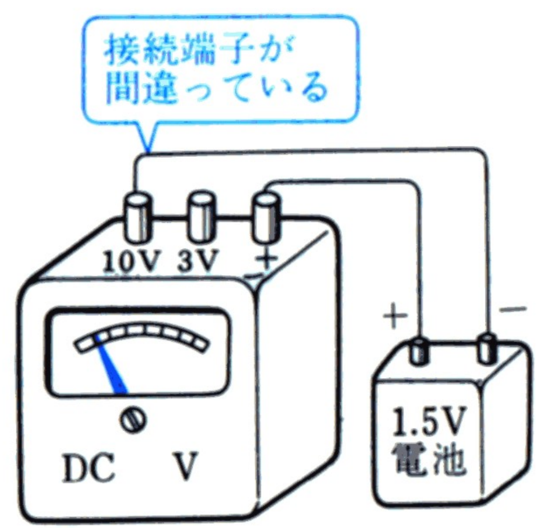
誤差ε=M−T=1001[kg]−1000[kg]=1[kg]

誤差百分率$\varepsilon_0 = \frac{1[kg]}{1000[kg]} \times 100[\%] = 1[\%]$

■誤差の種類と原因

- 間違い誤差または過失誤差（主に測定者の不注意で起こる誤差）

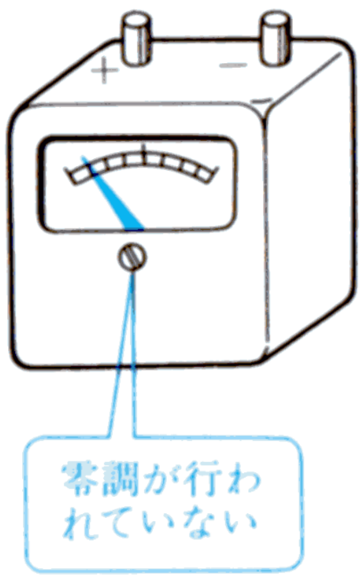
“値の読み違い” “計器の取扱い誤り” “測定値の記録違い” など。注意深く測定したり、測定値をグラフなどにプロットすることで、防ぐことができる。

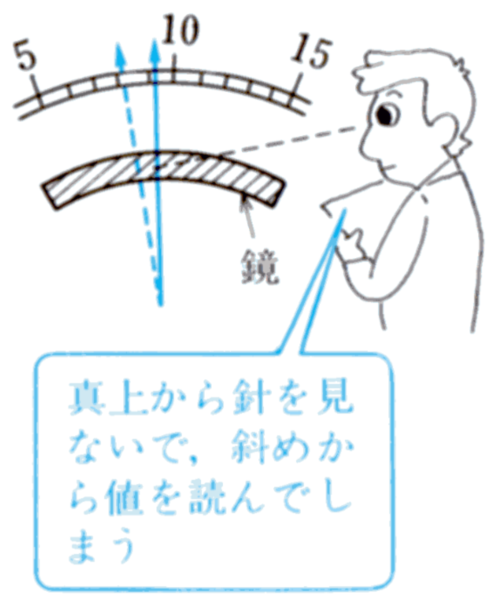


●系統誤差(一定の法則や特定の原因で生じる誤差)

“計測器の固有差” “測定環境(温度や湿度など)の変化” “計測器を挿入したこと
で生じた誤差” “測定者個人の癖により生じる誤差”など。

温度や湿度により生じる誤差に対しては、補正によって正しく測定できる。

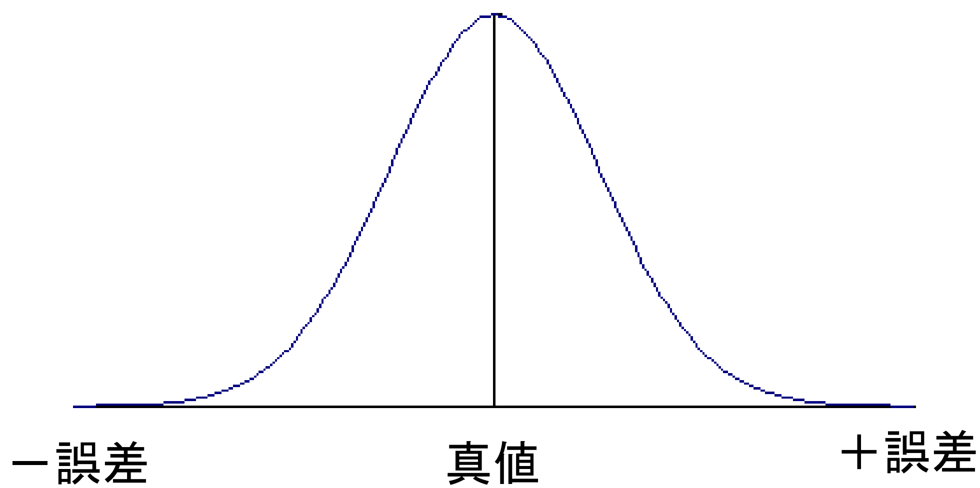




●偶然誤差（原因不明な誤差）

　測定値にバラツキを生じる。
　同条件で同じ測定をくり返すことで、正しい測定に近づけることができる。

　例えば、7mの高さの木を見たら、「7m」ちょうどではなく、「5m」や「8m」にも見える事があるが、これが偶然誤差である。
　偶然誤差を含む測定では、何回も同じ測定をした時にできる分布は、真値を中心にした正規分布になるのが一般的です。



■ 計測器の確度

次のスライドで説明する

計測器で計測した値の正確さを示す（誤差の限界値）

① 読み取り値のパーセント(%)またはデシベル(dB)表示
② 測定レンジのフルスケール値（最大測定値）のパーセント(%)またはデシベル(dB)表示
③ 絶対値による表示

※①～③の組み合わせで表示されている

例：ディジタル電圧計のカタログに2 Vレンジ（最大表示1.99999 V）の確度が±(0.003%+2digits)と表示されているときの測定値のあいまいさ（誤差）は？

＜1.00000 Vと表示された場合＞

最小桁の誤差

$$\pm\left(1.00000\times\frac{0.003}{100}\times 0.00002\right)=\pm 0.00005\,V$$

正しい値は、1.00000±0.00005=0.99995～1.00005 Vとなる

■ デシベル(dB)表示

２つの量（例：電圧や電流）A_1,A_2を比較するときの表示方法

$$\alpha = 20log_{10}\frac{A_1}{A_2}[dB]$$

また、電力量A_1,A_2では、

$$\alpha = 10log_{10}\frac{A_1}{A_2}[dB]$$

例：電圧A_1=10[V],A_2=1[V]のときには何[dB]？

$$\alpha = 20log_{10}\frac{10}{1} = 20[dB]$$

指示計器の確度による分類

計器の種類	階級	確度（許容誤差）[%]	主な用途
電圧計、電流計、電力計などの指示計器	0.2級	±0.2	副標準器（据え置き）
	0.5級	±0.5	精密測定（携帯）
	1.0級	±1.0	一般測定（小型携帯）
	1.5級	±1.5	工業用測定（配電盤）
	2.5級	±2.5	工業用測定（小型配電盤）

指示計器の確度の程度によって、5段階に分けられている

例：1.0級計器とは、目盛りの有効測定範囲で誤差が定格値の
±1.0%以下である

■有効数字とは

123000 を 1.23×10^5（有効数字3桁）と表す

測定値を表す数字のうち、意味ある数字を有効数字という

ディジタルマルチメータで1.3kΩの抵抗器を測定したら、1.283kΩと表示した。このディジタルマルチメータの確度が±1.0%rdg（読取り値）の場合、測定値は以下の通りとなる。

－1.0%では、 1283×(1−0.01)≒1270Ω
＋1.0%では、 1283×(1＋0.01)≒1296Ω

測定値(1283kΩ)の３桁目の”8”は、7～9の範囲にあり、誤差が含まれている。
４桁目の”3”は、誤差に埋もれてしまい、全く意味がない。

従って、この測定値の有効数字は、３桁であり、値は1.28×10^3Ωとする。

■ 有効数字を扱う上での注意事項

①有効数字の最下桁の0(零)は、意味がある

有効数字4桁の場合の8.560では、

8.56 → 8.555～8.564の四捨五入

8.560 → 8.559～8.5604の四捨五入

②有効数字の上位の0(零)は、有効数字には数えない

0.00856の位取りの場合、有効数字は3桁

③単位を変換するときには、有効数字を考慮する

有効数字3桁の場合、8.56mVをμVに変換すると、

8560μVとなり、有効数字4桁となる

8.56×10^3μVとすべき

$8.56\times10^{-3}=8560\times10^{-6}=8.56\times10^{3}\times10^{-6}=8.56\times10^{3}[\mu V]$

■測定値を加減乗除する場合の注意事項

①加減算のときは、最後の桁を揃える
（小数点以下の桁数が少ない方に合わせて、加算する）

8.56 + 3.472 → 8.56 + 3.47 = 12.03（有効数字４桁）
（3.472の４桁目の2を四捨五入して加算する）

②乗除算のときには、有効数字の桁を揃える

8.56 ÷ 13.53 → 8.56 ÷ 13.5 = 0.63407･･･ = 634mA
（13.53の４桁目の3を四捨五入して除算し、
商が有効数字の小さい桁数（3桁）になるようにする）

■測定値の推定

☆平均値と分散（または標準偏差）
　偶然誤差を含む測定値には、ばらつきがある。このばらつきの度合は、正規分布（ガウス分布）で表すことができる。

（1・2）

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

式（1・2）の平均（ミュー）μと分散（シグマ）σ^2は、次式（1・3）で表すことができる

$$\text{平均}\ \mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

（1・3）

$$\text{分散}\ \sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x) dx$$

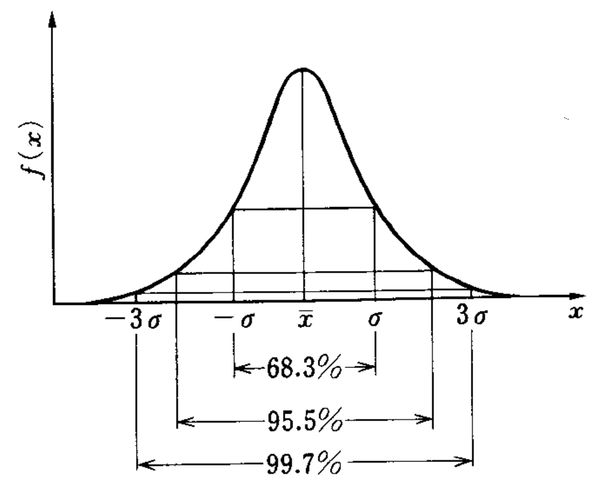


図 1・4　正規（ガウス）分布

一般的には、ある量を同じ条件でn回測定して$x_1, x_2,$・・・$, x_n$の測定値を得て、これらの平均値を求める。

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (1\cdot4)$$

また、分散（標準偏差）は、次式で求めることができる。

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 / n}$$

この式は、教科書P15の式（1・6）のuと同じ

同じ測定を何回行っても、平均値 $\bar{x}$ も誤差によって必ずしも同じ値にはならず、ある値の周辺に分布してしまう。そこで、この平均値がどのくらい信用できるかを表す値として、分散（標準偏差）σが用いられる。

σが小さければ、平均値$\bar{x}$の変化が少ない
σが大きければ、平均値$\bar{x}$の変化が多きい

練習問題

ある電圧を測定したら、以下の値が得られた。このときの平均値と分散（標準偏差）値を求めよ。

20.2(V)　　20.3(V)　　20.1(V)　　20.2(V)　　20.4(V)

- 平均値

$$\bar{x} = \frac{20.2 + 20.3 + 20.1 + 20.2 + 20.4}{5} = 20.24(\mathrm{V})$$

- 標準偏差

$$\sigma = \sqrt{\frac{(20.2 - 20.24)^2 + (20.3 - 20.24)^2 + \cdots + (20.4 - 20.24)^2}{5}} \cong 0.102$$

☆最小二乗法(method of least squares)

誤差を含む測定値から、最も適切な関数(近似関数)を求める

n個の入力値:$x_1, x_2, \ldots, x_n$　　　出力値:$y_1, y_2, \ldots, y_n$

残差二乗和

$$J = \{y_i - (ax_i + b)\}^2 \qquad 式(1・9)$$

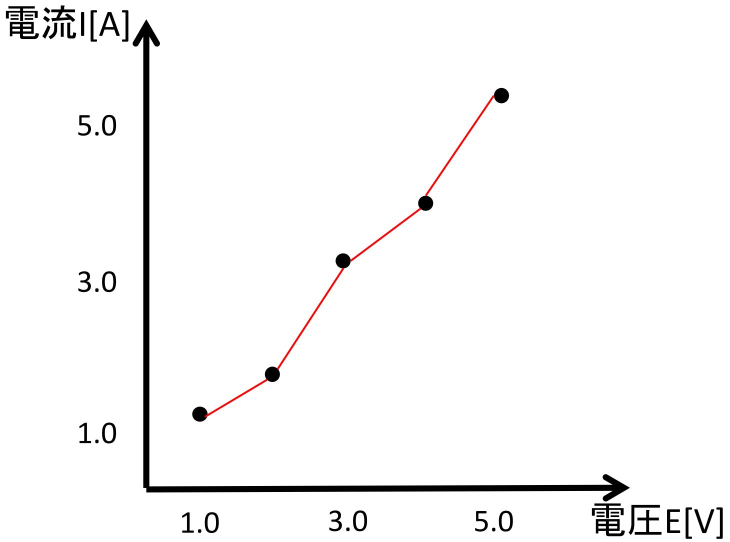
式(1・9)が最小になるようなa,bを求める

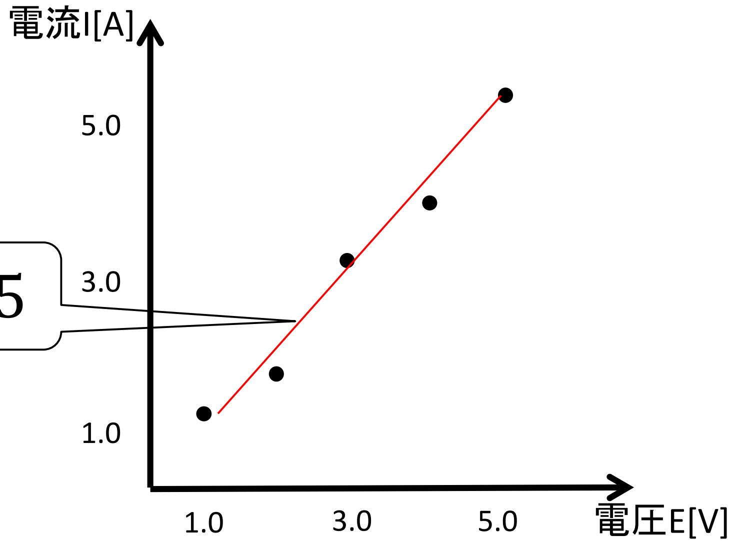
$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} \qquad b = \frac{\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} \qquad 式(1・10)$$

$\bar{x}, \bar{y}$は、x_i, y_iの平均値

例えば、ある回路に電圧E[V]を与えた時の電流I[A]を測定したら、以下のような測定値になった。このときの入出力関係を最小二乗法を使って線形近似する。

電圧E[V]	電流I[A]
1.0	1.1
2.0	1.8
3.0	3.1
4.0	3.7
5.0	5.2





$$y = ax + b = 1.01x - 0.05$$

3. 測るときの単位を調べよう

必ず単位をつけよう

■量と単位

ある量は単位を用いて表す（物理量には、必ず単位がある）

量＝数値×単位

例えば、8.56V = 8.56（倍）×1V（基準量）

■SI (International System of Unit)単位系

１９６０年に誕生した国際単位系(基本単位、補助単位、組立単位、接頭語）

具体的な単位は、次のスライドで紹介する

SI単位系と定義

教科書P17の表1.2

基本量	単位名称	記号	定義
長さ	メートル	M	1/299792458秒間に光が真空中を伝わる長さ
質量	キログラム	kg	国際キログラム原器と等しい質量
時間	秒	S	セシウム133の超微細遷移の9192631770周期の時間
電流	アンペア	A	1m間隔の平衡線状電流が長さ1mあたり2×10^{-7}N（ニュートン）の力を及ぼし合う電流
熱力学温度	ケルビン	K	水の三重点の熱力学温度の1/273.16である
物質量	モル	mol	炭素12の12g中に含まれる原子数と等しい粒子数で構成される物質量
光度	カンデラ	cd	540×10^{12}Hzの単色放射光強度が1/683W/sr（ワット/ステラジアン）である高原のその方向の光度

単位変換

（今ついている単位から、別の単位に変える）

基本単位

4[mA]=?[A]　→　4×10^{-3}[A]=0.004[A]

基本単位

10[μV]=?[mV]　→　10×10^{-6}[V]=$10\times10^{-3}\times10^{-3}$[V]=$10\times10^{-3}$[mV]

=0.010[mV]

基本単位

0.05[kΩ]=?[Ω]　→　0.05×10^{3}[Ω]=50[Ω]

基本単位

1200[mA]=?[kA] → 1200×10^{-3}[A]=1.2[A]=1.2×10^{-3}[kA]=0.0012[kA]

ポイント：まず初めに基本単位に変換する

【問題1】

次の説明文に該当する計測法の名称をa.～d.から選べ

「測定する量を、その量と一定の関係にある別の量を測定することから求める方法」

a.間接法

b.零位法

c.偏位法

d.直接法

【問題2】

　計測法の1つである偏位法を説明した文章をa.～d.から選べ

a.測定する量をその量と一定の関係にある別の量を測定することから求める方法

b.測定する量を、他の量と比較して天秤のような測定器を使用して、両者の平衡をとって指針が0（零）になるようにする測定方法

c.測定する量をメータのような指針の振れで測定する方法

d.測定する量を同じ種類の基準量と直接比較して測定する方法

【問題３】
ディジタル計測に関する文章をa.～d.から選べ

a.計測したデータは、コンピュータで処理しやすい

b.計測したデータの誤差に、個人差が表れやすい

c.計測する量を、連続的に変化する表示器で計測する

d.指針表示器で計測する

【問題4】
　次の文章で、偶然誤差に関するものをa.～d.から選べ

a.一定の原因（目盛りの不正確さや外部磁界など）により生じる誤差

b.読み違いや記録間違えなど、その他不注意による誤差

c.測定条件の細かな変動や測定者の注意力の動揺などで原因が不明確な誤差

d.測定値をグラフなどにプロットすることで防ぐことができる誤差

【問題５】

OPアンプの入力電圧V1,出力電圧V2を測定したら、V1=1.5[V], V2=3.0[V]であった。
このOPアンプの（電圧）増幅度を求めてデシベル[dB]で表せ。

ヒント

$$\text{増幅度A} = \frac{\text{出力電圧}v_2}{\text{入力電圧}v_1}$$

$$A = 20\log_{10}\frac{V_2}{V_1} = 20\log_{10}\frac{3.0}{1.5} = 20\log_{10}2.0 \cong 20 \times 0.3 = 6.0[dB]$$

【問題6】

ある抵抗値を測定したら、以下の測定値が得られた。このデータの平均値と標準偏差を求めよ。

4567,4603,4588,4575,4607,4592,4581,4611,4572,4596[Ω]

平均値

$$\bar{x} = \frac{4567 + 4603 + 4588 + 4575 + 4607 + 4592 + 4581 + 4611 + 4572 + 4596}{10} = 4589.2[\Omega]$$

$$\cong 4.58 \times 10^3[\Omega]$$

標準偏差

$$\sigma = \sqrt{\frac{(4567 - 4589.2)^2 + (4603 - 4589.2)^2 + \cdots + (4592 - 4589.2)^2}{10}} \cong 14.5[\Omega]$$

※有効数字は3桁で、桁は切り捨て

【問題7】
0.037251[A]を有効数字3桁にしたい。以下のa.～d.の中から正しい数値を選べ。

a. 0.03
b. $372X10^{-4}$
c. 0.0372
d. $3.72X10^{-2}$

【問題８】
次の数値を指示した単位に変換しなさい

a. 10[V] → [mV]　　10 X 10^3[mV]
b. 0.05[A] → [mA]　　50[mA]
c. 10 X 10^3[Hz] → [kHz]　　10[kHz]
d. 200 X 10^{-6}[A] → [μA]　　200[μA]

【問題9】

最小二乗法を使って入力値x_iと出力(測定)値y_iから線形近似式$y_i = ax_i + b$の係数aをもとめる数式を、a.〜d.から選べ

a. $$a = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2$$

b. $$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

c. $$a = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

d. $$a = \frac{\bar{y}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}$$

本日の提出問題

【問題１０】

　真値が、5.00[V]の電圧を測定したら、5.25[V]であった。このときの誤差および相対誤差を計算しなさい。

誤差　$e = M - T = 5.25 - 5.00 = 0.25[V]$

相対誤差　$\varepsilon = \frac{e}{T} = \frac{0.25}{5.00} = 0.05 = 5[\%]$